

# Experiência 1 :

## Reprodução do experimento de Millikan

*David Cesar Saravia, Henrique Hamaguchi, Luis Katsuya Ono*

USP – Instituto de Física – FNC 313 – Física Experimental V (Estrutura da Matéria)

O objetivo desta experiência foi a de verificar e determinar a quantização da carga utilizando o método desenvolvido por Millikan no início deste século. Reproduzimos um experimento de relevância histórica : a determinação da carga elétrica elementar, realizada por Robert A. Millikan, em 1909. O equipamento utilizado foi basicamente o mesmo que Millikan usou , guardadas as devidas proporções de tamanho. O que não significa que nossos resultados foram mais precisos do que os obtidos por Millikan. Para coletar os dados, borrifamos gotículas de óleo dentro de um condensador e medimos a velocidade de queda e subida das mesmas quando submetidas a um campo elétrico vertical, que podia ser invertido. A partir desses dados e de outras informações (densidade do óleo, do ar, tensão aplicada, pressão atmosférica, gravidade local, temperatura ambiente, etc.), foi possível verificar a quantização da carga elétrica, já que nossos resultados concordaram com o esperado.

### **I. INTRODUÇÃO**

O conceito de partícula elétrica, pequena e de grande mobilidade, já era aceito há mais de duzentos anos atrás e podemos citar Benjamin Franklin como um dos estudiosos do assunto. Porém, o valor numérico desta hipotética partícula foi estimada em 1881, por G. Johnstone Stoney de Dublin, e nomeada por ele como "elétron", em 1891.

A partir de então, os estudos se intensificaram a fim de se entender melhor o elétron. Em 1897, J. J. Thomson mediu a massa do elétron proveniente de um catodo, assumindo que a sua carga era a mesma para todas partículas. Descobriu que a massa era 1/100 da massa do átomo de hidrogênio e que era emitido de vários tipos de material. No mesmo ano, em Amsterdam, Zeeman e Lorentz descobriram que o elétron existia dentro dos átomos.

Dessa forma, com os dois fatos de que os elétrons eram emitidos por diferentes átomos e que também existiam dentro deles, formulou-se uma nova teoria denominada "teoria do elétron".

Porém, o valor numérico mais preciso da carga ainda não havia sido estabelecido. A primeira tentativa deve-se a Townsend, um estudante de J. J. Thomson, que, em 1897, tentou medir a carga do elétron baseando-se na lei de Stokes, utilizando gotas d'água ionizadas. O problema maior deste método era a baixa acurácia devido a imprecisão do experimento.

Outros métodos foram utilizados como, por exemplo, ionização com ajuda de raios-X. Porém, o método utilizado por Millikan, em 1909, foi o que permitiu a determinação precisa da carga do elétron.

Ao invés de utilizar vapor d'água, Millikan empregou gotas de óleo ionizadas que podiam ser confinadas num campo elétrico orientado. Medindo-se tempos de subida e descida, Millikan calculou as respectivas velocidades de subida e descida e aplicou esses valores numa fórmula obtida a partir da análise das forças atuantes na gota como a força peso, força elétrica, força viscosa (lei de Stokes) e empuxo. Calculou, assim, o raio das gotas e, conseqüentemente, a sua carga.

## II. CONCEITOS BÁSICOS

### II.1) Lei de Stokes

Quando um corpo se move através de um fluido com velocidade relativamente baixa, pode-se supor que a força de atrito seja aproximadamente proporcional à velocidade e em sentido contrário ao da velocidade. Escrevemos

$$\vec{R} = -K\eta\vec{v} \quad (2.1)$$

ou, em módulo,

$$R = K\eta v \quad (2.2)$$

Para um corpo em forma de esfera de raio  $a$ , temos

$$K = 6\pi a \quad (2.3)$$

onde  $a$  é o raio da esfera e  $\eta$  é o coeficiente de viscosidade do fluido.

Portanto, temos a lei de Stokes

$$R = k.v \quad (3.4)$$

onde

$$k = 6.\eta.\pi.a$$

### II.2) Empuxo

As forças sobre as superfícies laterais de um corpo imerso em um fluido em equilíbrio se equilibram duas a duas.

**Erro! Não é possível criar objetos a partir de códigos de campo de edição.**  
*figura 2.1 – pressões laterais e sobre as bases dum corpo sujeito ao campo gravitacional.*

Entretanto, a pressão exercida na base inferior do corpo ( $p_2$ ) é maior do que a pressão exercida na base superior ( $p_1$ ). Temos, então

$$p_2 - p_1 = \delta.g.h \quad (2.4)$$

A resultante das forças superficiais exercidas pelo fluido sobre o corpo será

$$B = p_2.A - p_1.A = \delta.g.h.A = \delta.V.g = m.g \quad (2.5)$$

onde  $V = h.A$  é o volume do corpo (considerado um cilindro) e  $m = \delta.V$  é a massa de fluido deslocada pelo corpo. A força  $\vec{B}$  é denominada empuxo e é dada por

$$\vec{B} = m.g.\hat{k} = -\vec{P}_f \quad (2.6)$$

onde  $\hat{k}$  é o versor na direção vertical para cima e  $\vec{P}_f$  é o peso da porção de fluido deslocada.

Pelo princípio de solidificação, enunciado por Stevin em 1586, não precisam ser feitas considerações sobre a forma do corpo. O corpo sólido seria substituído pelo fluido deslocado.

Dessa maneira, chegamos ao princípio de Arquimedes: "um corpo total ou parcialmente imerso num fluido recebe dele um empuxo igual e contrário ao peso da porção de fluido deslocada e aplicado no centro de gravidade da mesma."

No caso de uma esfera, o empuxo é dado, em módulo, por

$$B = m_f \cdot g = \delta_f \cdot V_f \cdot g = \frac{4}{3} \pi \cdot a^3 \cdot \delta_f \cdot g \quad (2.7)$$

onde  $\delta_f$  é a densidade do fluido.

### II.3) A Experiência de Millikan

Um experimento para medir  $e$  deve ser feito com um corpo que tem tão pouca carga que a mudança em uma carga faz uma diferença notável. Como o experimento deve ser feito com cargas pequenas, a força que age no corpo será pequena mesmo que seja utilizado um campo elétrico intenso.

Para reduzir as incertezas devidas à evaporação, Millikan utilizou gotas de óleo em seu experimento. Embora essa tentativa não tenha dado resultado da forma que se esperava, conduziu a uma modificação do método de medida (da nuvem) que logo se constatou ser de grande importância. Essa modificação tornou possível, pela primeira vez, realizar medições em gotas individuais,

assim como eliminar, de forma definitiva, todas as suposições e incertezas experimentais envolvidas no método da nuvem e, também, tornou possível observar propriedades de elétrons individuais isolados e determinar se os diferentes íons levam uma única e mesma carga.

No método utilizado por Millikan, as gotas eram tão pequenas que foi utilizado um microscópio na sua visualização, de forma que, quando iluminadas, podiam ser observadas como pontos brilhantes.

Neste experimento, usou-se duas placas paralelas onde foi aplicado um campo elétrico intenso. A força resultante para o corpo sob ação de um campo elétrico orientado para baixo é:

$$F_R = F_E + P - B - R_c \quad (2.8)$$

$$F_R = F_E + P - B - k \cdot v_c$$

onde  $F_E$  é a força elétrica,  $P$  é o peso,  $B$  é o empuxo e  $R_c$  a força viscosa.

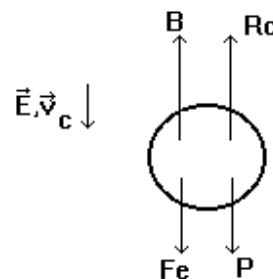


figura 2.2 – forças atuantes num corpo em queda livre.

Sendo  $F_i$  diferente de zero ( $\delta \neq \delta_a$ ), há uma aceleração inicial. Como a velocidade de queda aumenta, a força de resistência aumenta e, finalmente, a gota alcança uma

velocidade limite ( $v_l = \text{constante}$ ), na qual a força resultante se anula; por tanto

$$F_E + P - B - k \cdot v_c = 0 \quad (2.9)$$

O peso é dado por:

$$P = mg = \frac{4}{3} \pi \cdot a^3 \cdot \delta \cdot g \quad (2.10)$$

onde  $\delta$  é a densidade do óleo.

O empuxo é dado por:

$$B = \frac{4}{3} \pi \cdot a^3 \cdot \delta_a \cdot g \quad (2.11)$$

onde  $\delta_a$  é a densidade do ar.

A força elétrica é dada por:

$$F_E = qE \quad (2.12)$$

Substituindo (2.8), (2.9), (2.10) e (2.11) em (2.12), temos

$$qE + \frac{4}{3} \pi \cdot a^3 \cdot (\delta - \delta_a)g - 6\pi \cdot \eta \cdot a \cdot v_c = 0 \quad (2.13)$$

A força resultante na gota enquanto ela sobe é

$$F = kv_s + P - B - qE \quad (2.14)$$

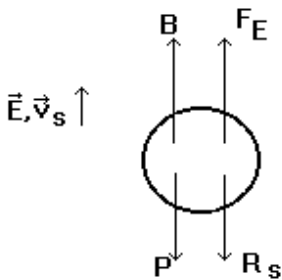


figura 2.3 – forças atuantes num corpo subindo.

Na velocidade limite ( $v = v_s = \text{cte}$ ), a força resultante é zero, então

$$kv_s + P - B - qE = 0 \quad (2.15)$$

Substituindo as forças pelas suas respectivas expressões, temos:

$$\frac{4}{3} \pi \cdot a^3 \cdot (\delta - \delta_a)g + 6\pi \cdot \eta \cdot a \cdot v_c - qE = 0 \quad (2.16)$$

Levando-se em conta o fator de correção para  $\eta$ :

$$\eta = \eta_0 \left[ 1 + \frac{b}{P_c \cdot a} \right]^{-1} \quad (2.17)$$

e somando e subtraindo as expressões (2.13) e (2.16), obtemos a fórmula para calcular o raio da gota e sua carga respectivamente:

$$a = -\frac{b}{2P_c} + \left[ \frac{b^2}{4P_c^2} + \frac{9 \eta_0 (v_D - v_s)}{4 (\delta - \delta_a)g} \right]^{1/2}$$

$$q = \frac{3\pi \eta a d}{V} (v_s + v_D) \quad (2.18)$$

### III. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

#### III.1) Equipamento Experimental

A carga do elétron foi determinada utilizando-se gotas de óleo borrifadas num condensador ou capacitor de placas paralelas, a distância entre as

mesmas foram medidas com um paquímetro, tal capacitor era fechado, lateralmente, por duas lâminas de vidro, suas funções serão explicadas posteriormente.

Para injetar as gotas de óleo no capacitor, utilizamos um recipiente denominado de borrifador constituído por uma ampola de vidro com abertura na parte superior conectada a uma parte de borracha. A ampola contém dois tubos, sendo que um deles (A) é ligado ao nebulizador e o outro (B) está parcialmente imerso no óleo.

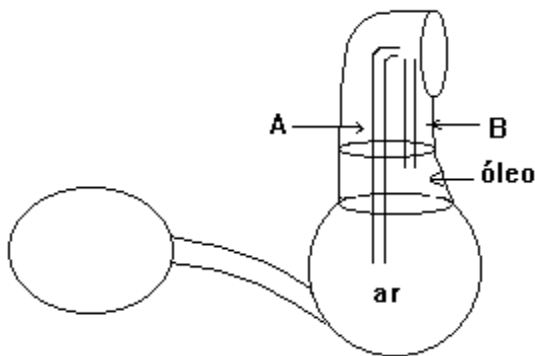


Fig. 3.1 – Borrifador.

Ao pressionar o nebulizador, um fluxo de ar a alta velocidade passa próximo a extremidade do tubo B, nesta região haverá uma diminuição de pressão fazendo com que o óleo do tubo seja sugado para cima, parte deste óleo acompanha o fluxo de ar e é borrifado, ejetando gotas de óleo. O atrito com o ar ou com o vidro do nebulizador provoca a eletrização de algumas gotas.

O condensador foi adaptado a um tripé em conjunto com um microscópio e uma fonte de luz. Estes dois últimos formam o conjunto ótico e estão dispostos horizontalmente e fixados no eixo do suporte com liberdade de

movimento. Utilizando um nível de bolha as placas foram niveladas ajustando os parafusos do tripé.

As gotas foram observadas com auxílio do conjunto ótico, pois suas dimensões são impossíveis de serem visualizadas a olho nu. Calibramos a escala da ocular do microscópio por comparação com uma escala padrão colocada sobre o condensador. O microscópio e a luz foram focalizados no centro do condensador (vide figura 3.2).

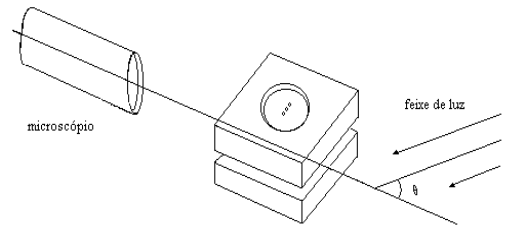


Fig. 3.2 – Esquema do posicionamento do conjunto ótico em relação condensador.

Foi realizado um prévio ajuste do foco utilizando-se um fio de cobre, como no centro da placa superior do condensador há uma reentrância que possui três pequenos orifícios, o fio de cobre foi inserido no orifício central, a fonte de luz e o microscópio foram ajustados de modo que o fio aparecesse com contorno bem brilhante num fundo acinzentado.

O ajuste final do foco foi realizado através da observação das gotas. Então borrifamos as gotas de óleo sobre o condensador, e estas penetravam no condensador pelos orifícios já citados localizados sobre a placa superior.

Aplicamos um campo elétrico uniforme, produzido por uma diferença de potencial  $V$  entre as placas do condensador, as gotas eletrizadas ficam sob influência deste campo. Para aplicação deste foi necessário uma fonte de tensão contínua, que pode ser ajustada até aproximadamente 300V, para este ajuste de tensão, utilizamos um multímetro digital. Utilizamos uma chave inversora que permitia alternar a polaridade das placas e estabelecia a ligação entre a saída da fonte e o condensador, a mesma chave também permitia interromper o fornecimento de tensão as placas, ao mesmo tempo em que eram ligadas em curto-circuito para que não permanecessem qualquer carga residual. Este circuito está representado na figura seguinte:

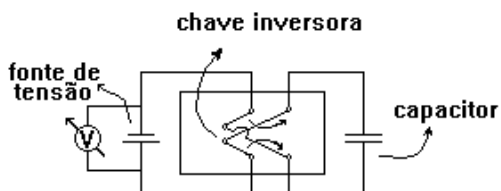


Fig. 3.4 – Esquema do circuito elétrico utilizado.

Desta forma pudemos observar o movimento de descida com e sem a ação do campo elétrico (queda livre) e o movimento de subida com a ação do campo elétrico para as gotas eletrizadas e medir o tempo, com um cronômetro digital, que elas levavam para percorrer uma distância pré-determinada (1mm).

Devemos enfatizar que a observação dos movimentos das gotas pelo telescópio não era de forma direta. Ou seja, quando víamos uma gota subindo no telescópio, na realidade era estaria em queda. E vice-versa. Este fato pode ser compreendido entendendo o

funcionamento do telescópio (imagem invertida). E, esta observação foi verificado burrifando-se algumas gotas no interior das placas. Observamos que sem o campo (fonte fora da tomada) as gotas subiam com uma certa velocidade e aplicando o campo elétrico num sentido a gota subia com uma velocidade maior. Mudando a chave para o outro lado a gota descia com menor velocidade. Das três situações acima observadas chegamos a conclusão de fato que o telescópio invertia na formação da imagem.

As melhores gotas deveriam ter o tempo de queda livre entre 10 e 30s e o tempo de descida com o campo deveria ser maior que 5s. Desta forma medimos dez vezes o tempo de descida e subida para 10 gotas.

Antes de colocar o condensador no suporte, o mesmo e as lâminas de vidro foram limpas com álcool para evitar qualquer sujeira. Vale a pena também ressaltar que durante a experiência foi evitado muitos movimentos e falar próximo ao aparato experimental, pois isto poderia causar deslocamentos de ar que prejudicariam nas nossas medidas. Outro cuidado a ser citado foi fazer as leituras e correções da temperatura (no interior do condensador) e da pressão atmosférica.

#### **IV. Dados Experimentais e Resultados :**

Inicialmente calculamos as velocidades médias de subida e descida de cada gota utilizada na experiência.

Os dados experimentais coletados estão representados na tabela a seguir :

#### IV.1) Cálculo dos tempos médios

gota 1			gota 2			gota 3			gota 4			gota 5		
N	Ts (s)	Td (s)	N	Ts (s)	Td (s)	N	Ts (s)	Td (s)	N	Ts (s)	Td (s)	N	Ts (s)	Td (s)
1	16,29	9,81	1	8,13	5,34	1	25,66	9,62	1	5,72	2,69	1	9,32	5,72
2	16,48	8,59	2	7,28	5,25	2	26,84	9,30	2	5,31	2,44	2	9,14	6,07
3	15,76	9,66	3	7,75	4,34	3	27,56	10,12	3	5,75	2,94	3	9,31	6,60
4	15,40	10,03	4	7,10	5,13	4	24,97	9,59	4	5,06	2,75	4	9,31	5,09
5	15,25	11,43	5	6,93	5,68	5	23,50	9,63	5	5,47	2,91	5	8,84	5,63
6	16,40	10,28	6	7,59	5,08	6	26,75	9,66	6	5,50	2,87	6	9,28	5,81
7	16,03	10,28	7	6,97	5,16	7	25,97	10,79	7	5,50	2,84	7	9,53	5,66
8	18,75	8,53	8	7,50	4,72	8	24,94	9,84	8	5,38	3,00	8	8,22	6,25
9	16,28	9,69	9	7,25	4,68	9	28,60	9,88	9	5,53	2,88	9	9,65	5,40
10	15,69	11,37	10	7,75	4,88	10	25,25	9,47	10	5,16	2,75	10	9,23	5,62

gota 6			gota 7			gota 8			gota 9			gota 10		
N	Ts (s)	Td (s)	N	Ts (s)	Td (s)	N	Ts (s)	Td (s)	N	Ts (s)	Td (s)	N	Ts (s)	Td (s)
1	10,53	5,94	1	12,34	6,44	1	14,97	8,46	1	9,10	6,44	1	10,59	6,47
2	9,25	6,03	2	11,62	5,97	2	12,09	6,55	2	9,68	6,44	2	10,50	5,97
3	8,68	5,65	3	13,06	6,13	3	12,46	6,00	3	9,82	5,94	3	10,25	5,96
4	9,22	6,07	4	11,75	5,94	4	12,44	6,22	4	9,46	6,84	4	10,43	6,78
5	9,25	5,84	5	11,35	5,90	5	12,47	6,03	5	8,53	6,31	5	9,34	6,57
6	9,32	5,82	6	10,50	6,46	6	13,16	5,96	6	9,72	7,03	6	10,31	6,56
7	8,53	6,47	7	12,22	6,34	7	12,84	6,28	7	9,81	6,37	7	10,13	6,44
8	9,94	6,40	8	12,90	6,47	8	13,00	6,19	8	10,03	6,81	8	10,09	5,87
9	8,47	5,87	9	11,19	7,09	9	11,94	6,85	9	9,34	6,59	9	10,53	6,19
10	8,90	5,85	10	11,00	6,72	10	12,31	6,50	10	9,15	6,66	10	10,84	6,19

gota 11			gota 12			gota 13			gota 14			gota 15		
N	Ts (s)	Td (s)	N	Ts (s)	Td (s)	N	Ts (s)	Td (s)	N	Ts (s)	Td (s)	N	Ts (s)	Td (s)
1	10,78	6,19	1	13,29	6,68	1	11,53	5,28	1	10,47	5,85	1	16,53	9,47
2	10,15	6,12	2	12,25	6,60	2	11,50	6,15	2	10,03	5,53	2	16,21	9,69
3	10,50	6,15	3	14,25	6,50	3	9,78	6,13	3	10,37	6,56	3	17,71	9,47
4	11,25	6,16	4	13,03	6,78	4	10,65	6,03	4	10,19	5,94	4	17,91	9,94
5	9,97	6,25	5	13,91	6,21	5	10,50	6,53	5	10,43	5,85	5	17,41	9,13
6	10,34	6,29	6	13,57	6,75	6	10,46	6,19	6	10,60	6,16	6	16,87	9,57
7	9,10	6,46	7	12,82	6,72	7	10,38	6,07	7	10,71	5,90	7	16,34	9,28
8	9,47	6,83	8	12,78	6,66	8	10,65	6,50	8	10,28	6,28	8	17,59	9,32
9	10,93	6,18	9	14,29	6,62	9	10,25	6,34	9	9,50	6,68	9	15,47	9,81
10	10,62	6,29	10	13,31	6,75	10	10,82	6,40	10	10,45	6,47	10	15,56	10,06

Tabela 1 – Na tabela estão representados os tempos de subida e descida das gotas escolhidas. As incertezas nos valores são os próprios tempos de reflexo humano discutido posteriormente.

#### de subida e descida

Para cada gota, tínhamos 10 tempos de subida e 10 de descida com, os quais calculamos o tempo médio dado por:

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^{10} \frac{t_i}{10} \quad (4.1)$$

A incerteza de  $\bar{t}$  é dada por :

$$\sigma_{\bar{t}}^2 = \sigma_p^2 + \sigma_r^2 \quad (4.2)$$

onde  $\sigma_p^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{10} \frac{(\bar{t} - t_i)^2}{n-1}$  e  $\sigma_r = 0,2s$   
(tempo de reflexo humano).

A incerteza no tempo de reflexo humano foi estimado em 0,2s com base nos resultados obtidos nos cursos de laboratórios anteriores lecionados no Instituto de Física.

Dessa forma, podemos estimar a incerteza no cronômetro como sendo a soma entre a incerteza no reflexo humano e devido a algum erro sistemático residual no dispositivo<sup>[8]</sup>. Desprezando-se o erro sistemático residual em relação ao tempo de reflexo humano, consideramos a incerteza na leitura como sendo  $\sigma_r = 0,2s$ .

gota	$\bar{t}_s$	$\bar{t}_d$
1	16,23(37)	9,97(37)
2	7,43(23)	5,03(23)
3	26,00(51)	9,79(24)
4	5,44(21)	2,81(21)
5	9,18(24)	5,79(24)
6	9,21(28)	5,99(22)
7	11,79(33)	6,35(23)
8	12,77(34)	6,50(31)
9	9,46(24)	6,54(22)
10	10,30(24)	6,30(22)
11	10,31(29)	6,29(21)
12	13,35(29)	6,63(21)
13	10,65(26)	6,16(23)
14	10,30(23)	6,12(23)
15	16,76(34)	9,57(22)

Tabela 2 – tempos médios de subida e descida das gotas anteriores. Os cálculos foram feitos com auxílio do Microsoft-Excel.

Com auxílio do Microsoft-Excel automatizamos os cálculos dos tempos médios de subida e descida. Obtendo a tabela 2.

#### IV.2) Cálculo das velocidades médias de subida e descida

Com  $\bar{t}$ , calculamos as velocidades médias de subida e descida de cada gota utilizando as expressões

$$\bar{v}_s = \frac{S}{t_s} \quad (4.3)$$

$$\sigma_{\bar{v}_s} = \bar{v}_s \left[ \left( \frac{\sigma_s}{S} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{\bar{t}_s}}{\bar{t}_s} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.4)$$

onde S é o espaço percorrido (1mm),  $\sigma_s$  é o seu respectivo erro dado por:

$$\sigma_s^2 = \sigma_{\text{régua}}^2 + \sigma_{\text{telescópio}}^2$$

$$\sigma_{\text{régua}} = 0,05\text{mm}$$

$$\sigma_{\text{telescópio}} = 0,025\text{mm}$$

Analogamente,

$$\bar{v}_D = \frac{S}{t_D}$$

$$\sigma_{\bar{v}_D} = \bar{v}_D \left[ \left( \frac{\sigma_s}{S} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{\bar{t}_D}}{\bar{t}_D} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.5)$$

Com os dados obtidos através das expressões acima, montamos a tabela 3 :

gota	$\bar{v}_s$	$\bar{v}_d$
1	6,2(3)	10,1(0,6)
2	13,5(8)	20,0(1,4)
3	3,9(2)	10,2(0,6)
4	18,4(1,2)	35,7(3,2)



5	10,9(0,6)	17,4(1,1)
6	10,9(0,6)	16,7(1,0)
7	8,5(0,5)	15,8(1,0)
8	7,9(0,4)	15,5(1,1)
9	10,6(0,6)	15,3(0,9)
10	9,7(0,5)	15,9(0,9)
11	9,7(0,6)	15,9(1,0)
12	7,5(0,4)	15,1(0,9)
13	9,4(0,5)	16,3(1,0)
14	9,7(0,5)	16,4(1,0)
15	6,0(0,3)	10,5(0,6)

Tabela 3 – velocidades médias de subida e descida das gotas.

#### IV.3) Cálculo dos raios médios das gotas de óleo coletadas

O raio da gota foi calculado a partir das velocidades de subida e descida pela expressão deduzida anteriormente (parte teórica):

$$a = -\left(\frac{b}{2P_{atm}}\right) + \left[\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta_0(v_D - v_S)}{4(\delta - \delta_a)g}\right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.6)$$

onde : b = constante dada em cgs;  
 $P_{atm}$  = pressão atmosférica;  
 $\eta_0$  = coeficiente de viscosidade do ar à temperatura ambiente;  
 $\delta$  = densidade do óleo =  $(0,840 \pm 0,001)$  g/cm<sup>3</sup>  
 $\delta_a$  = densidade do ar;  
g = aceleração da gravidade = 978,602 cm/s<sup>2</sup>.

A incerteza associada ao raio da gota foi calculada pela expressão(4.7). Esta foi obtida fazendo-se a propagação de erro<sup>[8]</sup> da expressão (4.6).

$$\begin{aligned} \sigma_a^2 = & \left(\frac{9\eta_0(v_D - v_S)}{8(\delta - \delta_a)gH}\right)^2 \sigma_{\eta_0}^2 + \left(\frac{9\eta_0(v_D - v_S)}{8(\delta - \delta_a)gH}\right)^2 \sigma_{\delta}^2 + \\ & + \left(\frac{9\eta_0(v_D - v_S)}{8(\delta - \delta_a)gH}\right)^2 \sigma_{\delta_a}^2 + \left(\frac{9\eta_0}{8(\delta - \delta_a)gH}\right)^2 \sigma_{v_D}^2 + \\ & + \left(\frac{9\eta_0}{8(\delta - \delta_a)gH}\right)^2 \sigma_{v_S}^2 + \left(\frac{b}{2P_C^2} - \frac{b^2}{4P_C^3 H}\right)^2 \sigma_{P_C}^2 \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\text{onde } H = \left(a + \frac{b}{2P_{atm}}\right)$$

A pressão atmosférica  $P_{atm}$  foi medida com um barômetro presente no laboratório.

Como o diâmetro da gota era comparável com seu caminho livre médio no ar não se podia desprezar a variação do fluido. Desta maneira tivemos de efetuar uma correção no coeficiente de viscosidade do ar. Esta correção é dada por :

$$\eta = \eta_0 \left(1 + \frac{b}{P_{atma}}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\eta} = \left[ \left(\frac{\eta}{\eta_0} \sigma_{\eta_0}\right)^2 + \left(\frac{\eta^2}{\eta_0} \frac{b}{P_C a^2}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\eta^2}{\eta_0} \frac{b}{P_C^2 a}\right)^2 \sigma_{P_C}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.8)$$

Os valores de  $\eta_0$  em função da temperatura estão representadas no gráfico da Fig.4.1.

Sabendo-se a temperatura T, foi possível obter o valor da viscosidade do ar através do gráfico da Fig.4.1.

A incerteza na leitura do termômetro foi estimada em  $\sigma_T = 0,5^\circ\text{C}$ . (critério da metade da menor divisão<sup>[8]</sup>)

E, através do gráfico, encontramos os coeficientes linear e angular da reta com os quais pudemos calcular a incerteza de  $\eta_0$  através do erro na temperatura:

$$\eta_0 = aT + b \quad ; \quad \sigma_{\eta_0} = a\sigma_T$$

$$a = 4,94 \times 10^{-7} \quad \text{e} \quad b = 1,725 \times 10^{-4} \quad (4.9)$$

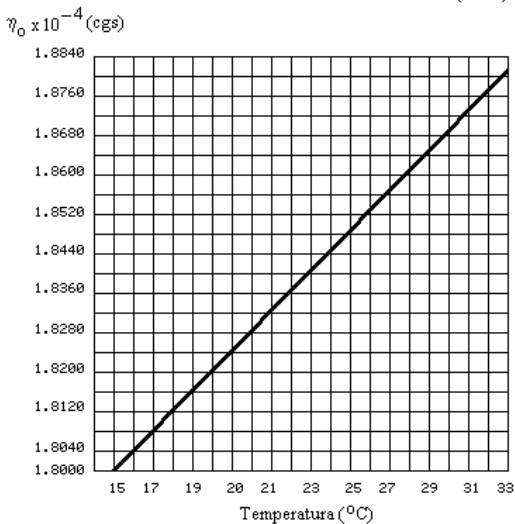


Fig. 4.1 – Gráfico para correção do coeficiente de viscosidade do ar numa dada temperatura.

#### IV.4) Cálculo das cargas médias das gotas de óleo coletadas

A densidade do ar  $\delta_A$  é uma grandeza que depende da pressão e da temperatura ambiente e o seu valor foi obtido através de uma tabela fixada no laboratório, bem como os valores da densidade do óleo e do g da gravidade.

A carga presente foi calculada através da expressão :

$$q = 3\pi \frac{\eta d}{V} (\overline{v_s} + \overline{v_d}) \quad (4.10)$$

Utilizando um paquímetro, medimos várias vezes a distância entre as placas do capacitor (d). Assim, obtemos a média da distância e sua respectiva incerteza :

$$\overline{d} = (4,16 \pm 0,17) \times 10^{-1} \text{ cm}$$

$$\sigma_{\overline{d}}^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sqrt{N}} + \sigma_r \quad ; \quad \sigma_r = 0,05 \text{ mm} \quad (4.11)$$

A tensão aplicada permaneceu constante durante toda a experiência e foi de 300V (1statvolt). Devido a flutuação no valor da tensão consideramos um erro de 2V ( $\sigma_v = 2V$ ).

A incerteza na carga da gota é dada pela expressão:

$$\sigma_q = q \left[ \left( \frac{\sigma_a}{a} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{\overline{d}}}{\overline{d}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_v}{V} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{\frac{\sigma_{v_d}^2}{v_d} + \frac{\sigma_{v_s}^2}{v_s}}}{(\overline{v_d} + \overline{v_s})} \right)^2 \right] \quad (4.12)$$

Devido ao fato de que fizemos as medidas em dois dias, alguns parâmetros como pressão e temperatura foram alterados. Deste fato, dividimos a análise de dados em 2 conjuntos, sendo que a primeira referente ao dia 18/08 (gota 1 ao 5) e a segunda ao dia 25/08 (gota 6 ao 15).

#### IV.5) Conjunto 1

Valores prévios determinados e calculados :

$$P_{\text{atm}} = (69,942 \pm 0,012) \text{ cmHg}$$

$$\eta_0 = (1,8440 \pm 0,0025) \times 10^{-4} \text{ poise}$$

$$\delta = (0,840 \pm 0,001) \text{ g/cm}^3$$

$$\delta_A = (1,0984 \pm 0,001) \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$$

Com esses valores, obtivemos tabelas referentes aos valores dos raios e das cargas das gotas de 1 a 5.

gota	$a(\times 10^{-5} \text{ cm})$	$q(\times 10^{-10} \text{ ues})$
1	4,9(4)	4,9(9)
2	6,2(7)	13,0(3,0)
3	6,1(3)	5,5(6)
4	9,8(9)	35,0(8,0)
5	6,2(6)	11,0(2,4)

Tabela 4 – Raios e cargas das gotas (1 a 5) de óleo escolhidas.

Os cálculos foram feitos com auxílio do Microsoft-Excel.

#### IV.6) Conjunto 2

Valores prévios determinados e calculados :

$$P_{\text{atm}} = (69,460 \pm 0,012) \text{ cmHg}$$

$$\eta_0 = (1,8539 \pm 0,0025) \times 10^{-4} \text{ poise}$$

$$\delta = (0,840 \pm 0,001) \text{ g/cm}^3$$

$$\delta_A = (1,0984 \pm 0,001) \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$$

De forma análoga, calculamos os valores dos raios e das cargas das gotas de 6 a 15.

gota	$a(\times 10^{-5} \text{ cm})$	$q(\times 10^{-10} \text{ ues})$
6	5,9(5)	10,3(2,3)
7	6,6(5)	10,2(1,8)
8	6,7(5)	10,1(1,8)
9	5,4(6)	8,7(2,2)
10	6,1(5)	9,9(1,9)
11	6,1(5)	9,9(2,1)
12	6,7(4)	9,7(1,4)

13	6,4(5)	10,4(1,9)
14	6,3(5)	10,4(2,0)
15	5,2(4)	5,3(9)

Tabela 5 – Raios e cargas das gotas (1 a 5) de óleo escolhidas.

#### IV.7) Determinação da Carga Elementar

Para estabelecer a carga elementar, escolhemos a gota com a menor carga  $q_{\text{min}} = 4,9(9) \times 10^{-10} \text{ ues}$  e dividimos todos outros valores por ela, obtendo assim a tabela abaixo:

gota	$n=q/q_{\text{min}}$
1	1,00(26)
2	2,65(78)
3	1,12(24)
4	7,14(2,09)
5	2,24(64)
6	2,10(61)
7	2,08(53)
8	2,06(53)
9	1,78(55)
10	2,02(54)
11	2,02(57)
12	1,98(46)
13	2,12(55)
14	2,12(56)
15	1,08(27)

Tabela 6 – Com a tabela acima podemos ver uma certa quantização da carga.

Da tabela cima queríamos verificar a existência ou não de uma relação linear entre a carga ( $q$ ) e uma carga elementar ( $e$ ) :

$$q = ne \quad (4.13)$$

Para tanto montamos o seguinte gráfico :

5, 10, 15, 20, 25...(10<sup>-10</sup> ues) Ou seja,

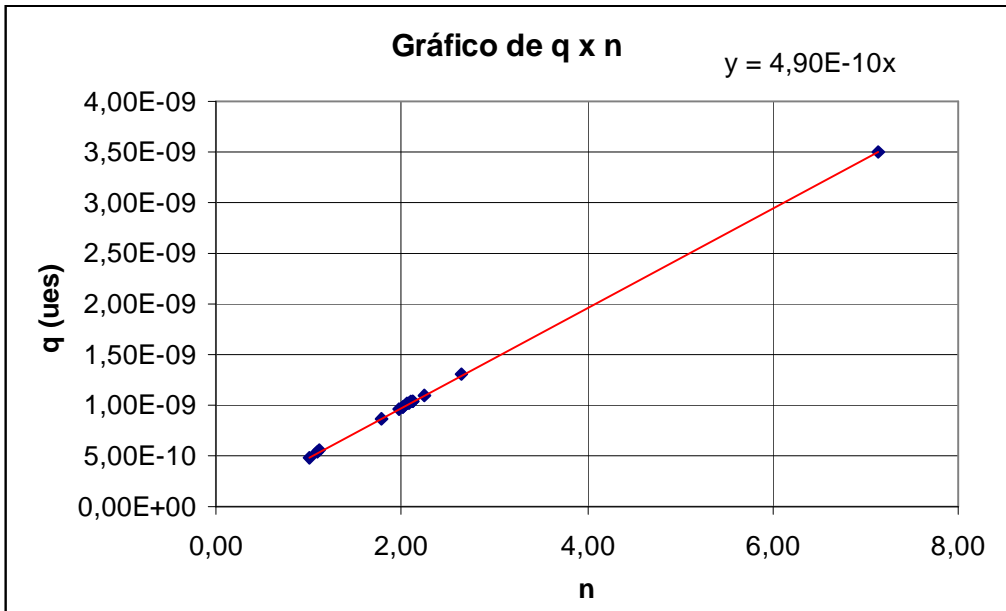


Fig.4.2 – Gráfico para verificação da existência de uma carga elementar.

Através do gráfico podemos confirmar a relação (4.13) e o coeficiente angular corresponderia a carga elementar (e) :

$$e_{\text{exp}} = (4,9 \pm 0,9) \times 10^{-10} \text{ ues}$$

#### IV.8) Análise do Histograma das cargas dos anos anteriores

Utilizando os dados da experiência de Millikan efetuados em anos anteriores montamos um histograma com um passo igual a (vide Apêndice) :

$$\Delta q = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ ues}$$

Observando-se os picos do histograma este nos mostra um forte indicativo da quantização da carga. Pois os picos se situam próximos aos valores :

múltiplos de  $\sim 5 \cdot 10^{-10}$  ues. Isto nos mostra um indicativo de que a carga elementar estaria em torno de  $5 \cdot 10^{-10}$  ues.

Para uma análise mais quantitativa obtivemos valores das cargas nos seus picos (vide Fig. A-1 no Apêndice).

n	$\bar{q}(x10^{-10} \text{ ues})$
1	4,7(6)
2	9,8(3,1)
3	14,7(1,2)
4	19,7(8)
5	23,7(6)

Tabela 7 – Valores das cargas obtidos nos picos correspondendo a cada n. A incerteza no canal foi obtido tomando-se a largura a meia altura de cada gaussiana formada para cada n.

Supondo a existência da carga elementar, montamos um gráfico dos valores de carga por n. Assim, ajustamos

uma reta do tipo  $y = \alpha x$ , onde  $y$  é a carga,  $x$  o número de picos ( $n$ ) e  $\alpha$  a carga elementar. Obtivemos, então :

$$\alpha = (4,83 \pm 0,12) \times 10^{-10} \text{ ues}$$

## 6. Conclusão

Apartir da análise do histograma feito e analisando os dados da tabela 6, verificamos que existe uma carga na qual as outras são múltiplas dela. Assim sendo, podemos supor que esta carga mínima seja a carga elementar  $e$  e as demais múltiplas dela ( $ne$ ).

$$e_{exp} = (4,9 \pm 0,9) \times 10^{-10} \text{ ues}$$

Ao analisar o histograma, notamos que os valores das cargas nos picos eram múltiplos do menor valor ( $\sim 5 \cdot 10^{-10}$  ues). Devido a isto, verificamos a quantização da carga  $e$ , ao graficar  $q$  x  $n$ , obtemos o coeficiente angular que correspondia à carga elementar :

$$\alpha = e_h = (4,83 \pm 0,12) \times 10^{-10} \text{ ues}$$

O valor da carga elementar obtido pelo histograma e o valor obtido pelos nossos dados se aproximam com o valor tabelado

$$e_{tabelado} = 4,8032068(15) \times 10^{-10} \text{ ues}$$

A maior diferença que podemos ver entre os resultados experimentais obtidos por nós e o tabelado é na precisão. Para obtermos uma precisão cada vez maior verificamos que é preciso a coleta de um maior número de gotas. Com apenas 15 gotas obtivemos um erro percentual de 18,37% na incerteza.

Enquanto que com 345 gotas dos anos anteriores esta diferença cai para 2,48%. E o valor tabelado traz um erro percentual de  $3,12 \cdot 10^{-7}\%$ .

Por tanto quem sabe os futuros alunos dessa disciplina não cheguem mais próximo desta precisão.

## 7. Referências

- [1] Duncan, T. , "PRACTICAL MODERN PHYSICS", Willian Clowes and sons, ltd., Londres, 1969;
- [2] Melissinos, A. C., ËXPERIMENTS IN MODERN PHYSICS",

- Academic Press, inc., New York, 1966;
- [3] Alonso, M., "FÍSICA: UM CURSO UNIVERSITÁRIO", Edgard Blücher, Ltda., São Paulo, 1972;
  - [4] Nussenzveig, H. M., "CURSO DE FÍSICA BÁSICA", vol. 1, Edgard Blücher, Ltda., São Paulo, 1981;
  - [5] Enge, H. A., "INTRODUCTION TO ATOMIC PHYSICS", Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1972;
  - [6] Millikan, R. A., "ELECTRONES, FOTONES, NEUTRONES Y RAYOS CÓSMICOS", Espasa-Calpe Argentina S. A., Buenos Aires, 1944;
  - [7] Millikan, R. A., "THE AUTOBIOGRAPHY OF ROBERT A. MILLIKAN", Arno Press, New York, 1980.
  - [8] J.H. Vuolo, "FUNDAMENTOS DA TEORIA DE ERROS", Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo (1992).
  - [9] O.A.M. Helene e V.R. Vanin, "TRATAMENTO ESTATÍSTICO DE DADOS", Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo (1981).

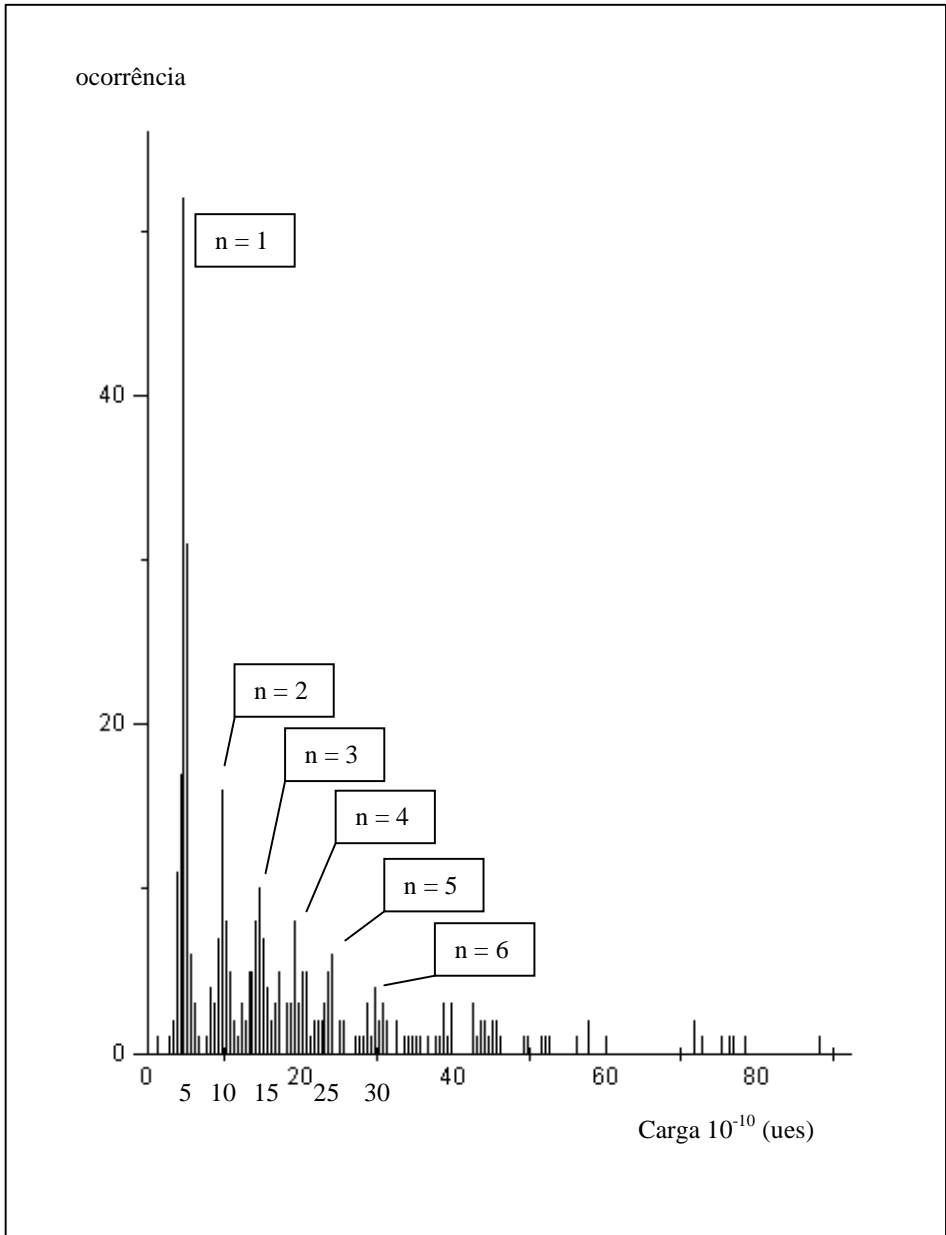
## 9. Apêndice : Cargas e Raios das gotas de óleo obtidos nos anos anteriores :

q ( $10^{-19}$ C)	a ( $10^{-7}$ m)	q ( $10^{-19}$ C)	a ( $10^{-7}$ m)	q ( $10^{-19}$ C)	a ( $10^{-7}$ m)	q ( $10^{-19}$ C)	a ( $10^{-7}$ m)
1.19	3.13	4.67	5.04	5.06	4.31	9.42	4.92
2.83	1.37	4.69	5.42	5.06	5.35	9.43	6.30
3.29	3.96	4.71	4.28	5.08	6.25	9.46	3.76
3.31	3.35	4.73	4.09	5.08	5.96	9.46	6.65
3.51	4.66	4.73	4.90	5.11	4.28	9.49	5.23
3.55	2.98	4.74	4.18	5.11	5.29	9.50	5.61
3.57	3.92	4.75	4.64	5.12	4.98	9.52	4.98
3.65	4.60	4.75	3.30	5.13	4.15	9.55	4.92
3.67	3.60	4.75	5.03	5.13	5.25	9.56	5.57
3.76	3.97	4.76	5.32	5.15	4.93	9.57	5.56
3.81	2.84	4.77	4.74	5.16	4.48	9.58	5.84
3.85	2.79	4.77	4.89	5.17	3.40	9.64	4.67
3.86	4.92	4.80	4.62	5.18	5.23	9.65	4.94
3.87	4.28	4.80	5.31	5.19	5.26	9.67	5.64
3.88	4.18	4.81	5.33	5.20	5.39	9.69	5.86
4.07	4.46	4.82	5.01	5.27	5.47	9.71	5.64
4.15	4.62	4.83	5.06	5.27	3.81	9.81	5.52
4.26	4.09	4.83	5.41	5.27	3.90	9.82	5.72
4.26	3.83	4.83	4.45	5.27	5.52	9.89	4.34
4.27	4.37	4.83	5.06	5.29	5.34	9.92	6.94
4.33	4.01	4.83	4.77	5.31	5.67	9.94	4.43
4.38	4.05	4.84	4.30	5.31	4.07	10.01	4.72
4.39	3.87	4.86	5.23	5.32	3.54	10.13	6.65
4.40	3.89	4.86	5.12	5.42	5.15	10.15	7.36
4.42	3.63	4.86	4.90	5.43	3.91	10.17	3.88
4.43	3.39	4.90	4.64	5.55	4.60	10.24	5.74
4.44	4.34	4.90	4.83	5.61	5.48	10.31	4.43
4.44	4.66	4.90	3.68	5.64	5.67	10.37	4.89
4.46	4.44	4.90	5.10	5.69	4.75	10.48	6.51
4.47	4.08	4.92	4.01	5.74	5.37	10.56	5.32
4.47	4.67	4.92	4.50	5.89	3.79	10.58	3.14
4.49	4.02	4.93	5.18	6.05	4.78	10.92	4.93
4.50	4.44	4.95	5.22	6.25	6.14	10.95	5.40
4.50	4.18	4.96	4.69	6.27	5.13	10.96	5.22
4.51	4.81	4.96	6.14	6.70	5.09	11.00	5.47
4.52	4.39	4.96	4.02	7.74	4.41	11.39	4.59
4.53	3.51	4.96	3.80	8.07	4.99	11.83	4.63
4.54	4.09	4.97	4.63	8.21	3.92	12.28	4.89
4.59	2.87	4.99	4.06	8.40	3.91	12.32	5.37
4.59	4.00	5.01	3.73	8.46	4.25	12.37	4.78
4.61	4.70	5.01	3.85	8.65	5.29	12.61	6.87
4.62	4.41	5.03	5.25	8.88	4.67	12.87	4.19
4.65	5.59	5.04	3.92	8.91	5.58	13.12	4.82
4.66	3.51	5.05	4.79	9.24	4.78	13.12	4.83
4.67	4.49	5.06	5.82	9.26	5.62	13.19	3.35

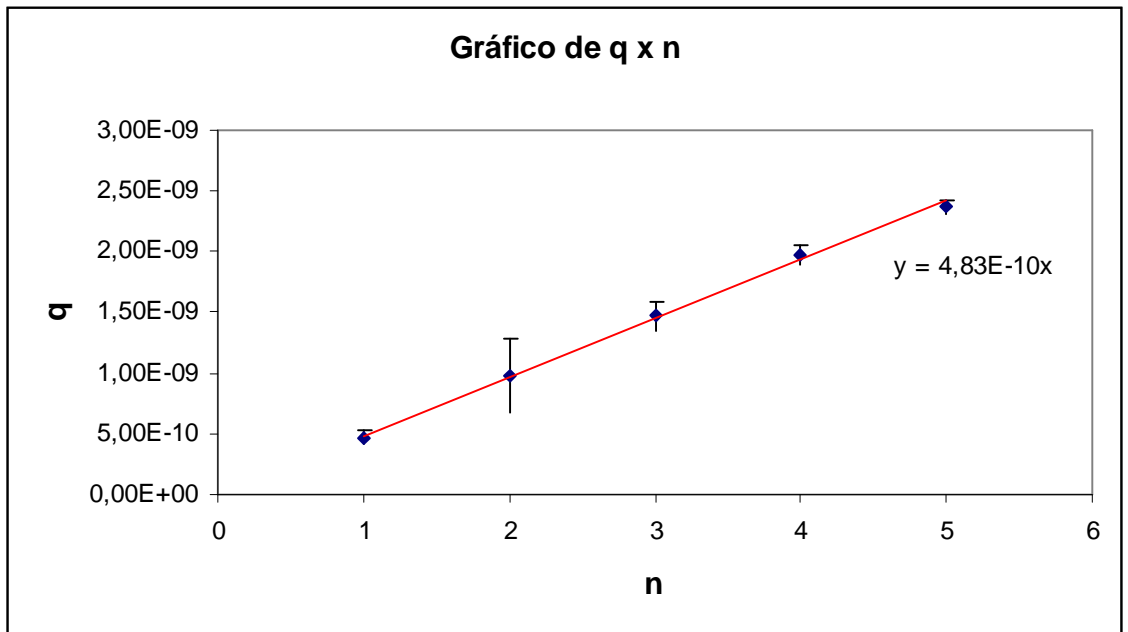
q ( $10^{-19}$ C)	a ( $10^{-7}$ m)	q ( $10^{-19}$ C)	a ( $10^{-7}$ m)	q ( $10^{-19}$ C)	a ( $10^{-7}$ m)	q ( $10^{-19}$ C)	a ( $10^{-7}$ m)
13.31	5.21	17.48	4.88	24.16	7.94	42.90	7.42
13.38	8.27	18.02	4.98	24.21	5.52	43.18	9.78
13.57	5.70	18.08	7.06	24.30	8.25	43.76	11.39
13.71	4.38	18.42	6.90	24.42	9.22	43.77	9.99
13.73	6.90	18.61	4.58	25.40	8.29	44.10	9.12
13.81	6.52	18.71	8.81	25.44	4.45	44.27	9.36
13.87	8.44	18.80	7.86	25.57	8.41	44.50	9.77
14.03	4.80	19.01	7.31	25.65	10.09	45.16	8.94
14.08	5.86	19.14	7.26	27.17	9.24	45.49	9.26
14.14	7.45	19.15	8.41	27.51	9.19	45.81	10.96
14.15	6.57	19.16	5.80	28.01	8.35	45.96	9.08
14.27	8.50	19.19	8.28	28.78	5.87	46.07	6.26
14.32	8.45	19.32	7.37	28.84	9.29	49.41	10.13
14.43	6.08	19.37	7.11	28.84	9.78	49.99	8.36
14.46	7.32	19.44	5.65	29.31	7.46	51.91	8.27
14.52	5.20	19.50	6.95	29.51	9.32	52.44	9.71
14.61	5.76	19.51	6.55	29.59	9.35	52.88	9.76
14.62	6.37	19.53	6.82	29.65	10.04	56.26	10.73
14.63	8.35	20.04	8.12	29.89	9.06	57.58	11.67
14.73	7.39	20.10	8.74	30.31	5.27	57.79	11.49
14.75	5.97	20.21	5.67	30.38	6.07	60.37	11.28
14.80	5.35	20.23	7.93	30.55	8.65	71.66	9.95
14.85	7.39	20.46	5.90	30.78	8.25	71.77	9.69
14.96	5.23	20.55	9.28	30.98	8.58	72.95	13.06
14.96	8.19	20.61	8.29	31.11	9.96	75.06	13.22
15.03	5.13	20.62	7.51	31.25	8.28	76.31	8.22
15.07	7.47	20.69	8.13	32.53	8.77	76.79	12.84
15.09	7.89	20.84	4.47	32.72	7.23	78.24	9.42
15.16	5.53	21.06	7.17	33.57	9.52	88.31	11.77
15.21	5.18	21.71	6.39	34.20	9.39		
15.25	5.53	21.73	7.78	34.85	9.63		
15.35	8.41	22.27	9.82	35.46	10.72		
15.58	7.31	22.47	7.17	35.54	5.41		
15.78	7.23	22.83	8.00	36.93	9.86		
15.82	5.92	22.96	10.01	37.66	10.10		
15.87	6.29	23.09	8.54	38.04	7.44		
16.01	8.18	23.15	8.28	38.53	8.27		
16.49	5.64	23.30	8.55	38.55	9.51		
16.50	5.79	23.52	9.00	38.82	8.02		
16.63	7.55	23.56	9.52	39.00	10.51		
16.68	6.74	23.67	8.13	39.57	8.91		
17.12	4.81	23.96	9.42	39.78	10.28		
17.18	6.81	23.97	6.10	39.99	9.95		
17.24	5.36	24.15	8.92	42.58	8.62		
17.26	8.60	24.15	9.81	42.73	10.18		

Tabela A-1 – Cargas e Raios das gotas de óleo dos anos anteriores.





*Fig. A-1 – Histograma dos valores das cargas em função de sua ocorrência. Este gráfico é um fator decisivo que mostra a quantização da carga. Pois vemos picos (maior ocorrência) próximo dos valores : 5, 10, 15, 20, 25...( $10^{-10}$  ues) Ou seja, múltiplos de  $\sim 5 \cdot 10^{-10}$  ues. Isto nos mostra um indicativo de que a carga elementar estaria em torno de  $5 \cdot 10^{-10}$  ues.*



*Fig. A-2 – Gráfico para determinação da carga elementar apartir dos dados do histograma (gotas dos anos anteriores).*