# Conceitos Básicos Sobre Capacitores e Indutores

(Basic Concepts About Capacitors and Inductors)

Djalma M. Redondo e V. L. Líbero

*Departamento de Física e Informática*

*Instituto de Física de São Carlos,*

*Universidade de São Paulo, 13560 São Carlos, SP, Brasil*

Trabalho recebido em 30 de junho de 1995

**Resumo**

Circuitos contendo capacitores ou indutores são abordados sem o uso de equações diferenciais ou outros formalismos avançados. Através de análise dimensional e da comparação entre escalas de tempo envolvidas nos processos de carga, algumas características básicas desses componentes são discutidas.

**Abstract**

Circuits with capacitors and inductors are discussed without the use of diferencial equations or other advanced formalism. Through dimensional analysis and comparison of the time scales involved in the charge process, several basic characteristic of those components are discussed.

## 1. Introdução

Quando trabalhamos com tensões ou correntes que variam no tempo, em particular correntes alternadas, dois dispositivos eletrônicos ganham especial atenção: o *capacitor* e o *indutor*. A importância desses dispositivos na eletrônica em geral é consagrada. Ao lado do resistor são os elementos mais antigos, mais usados em qualquer equipamento eletrônico, e mesmo com a atual tendência de integração em larga escala, esses dispositivos não perdem sua importância. São insubstituíveis pelas suas próprias concepções.

Vamos olhar para alguns aspectos interessantes desses dispositivos. Não temos a pretensão de fazer uma teoria completa[1], mas antes a de dar uma descrição simples de alguns processos envolvendo os mesmos. Como veremos, algumas das propriedades desses dispositivos podem ser obtidas somente pelo uso de análise dimensional[2].

## 2. Capacitores

Um sistema de dois condutores metálicos de formato qualquer e isolados, chamados normalmente de placas, constitui um capacitor. Carregar um capacitor significa retirar uma certa quantidade de carga Q de uma das placas e depositá-la na outra e isso se consegue mediante a aplicação de uma diferença de potencial (ddp) entre elas. Uma característica notável dos capacitores é a linearidade entre a carga Q e a ddp V entre as placas:

$$Q = C \cdot V \tag{1}$$

Essa relação define a grandeza C, chamada de capacitância, que é função apenas das dimensões geométricas das placas, separação das mesmas e do material colocado entre elas. Quanto maior a área das placas e menor a distância entre elas, maior a capacitância. A unidade de capacitância é o Coulomb/volt que recebeu o nome de Farad, em homenagem a Michael Faraday. É uma unidade muito grande e na prática são utilizados capacitores com capacitância nas escalas de picofarad (pF) até microfarad ($\mu$F). Conforme o meio material posto entre as placas do capacitor, denominado dielétrico, eles são denominados de capacitores a óleo, de papel, cerâmicos, de poliester, polistireno ou eletrolíticos. Cada tipo possui uma aplicação específica, dependendo do regime de freqüências dos sinais com os quais serão usados, e há de se observar também a máxima tensão que suportam sem romper o dielétrico. A função principal desse meio dielétrico é aumentar a capacitância.

Para lembrar que um capacitor é constituido por duas placas, seu símbolo é $-||-$ .

### A. Circuito RC Série - Corrente Continua

O primeiro circuito com capacitor que queremos analisar está esquematizado na Fig. (1). É um circuito em que um resistor R, um capacitor C e uma bateria de tensão $V_0$ estão ligados em série. Nesse circuito a corrente é comum a todos os componentes. Sem o capacitor, a bateria forçaria uma corrente $I_0 = V_0/R$. Com o capacitor, a bateria também força um movimento de elétrons só que eles saem da placa (1) e se acumulam na placa (2), já que não há passagem de elétrons por entre as placas de nenhum capacitor. A princípio parece que nada mudou e esperaríamos uma corrente $I_0$. De fato, os primeiros elétrons a chegarem na placa (2) estabelecem um corrente $I_0$. Porém, esses primeiros elétrons começam a dificultar a entrada dos demais, devido à repulsão eletrostática gráfico da Fig. (2) ilustra esse comportamento.

A menos de um fator de escala R, a Fig. (2) também ilustra a curva de tensão no resistor, já que $V_R = R \cdot I_0$. A tensão no capacitor é simplesmente $V_c = V_0 - V_R$. Vê-se então que é necessário um tempo para se carregar totalmente um capacitor (o mesmo tempo é necessário para descarregá-lo), como se ele tivesse uma inércia para se carregar. Após transcorrido esse tempo, a tensão no capacitor é aquela da bateria.

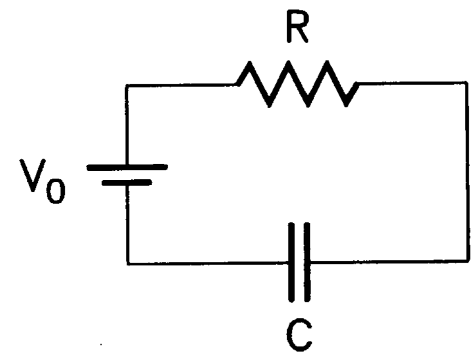


Figura 1

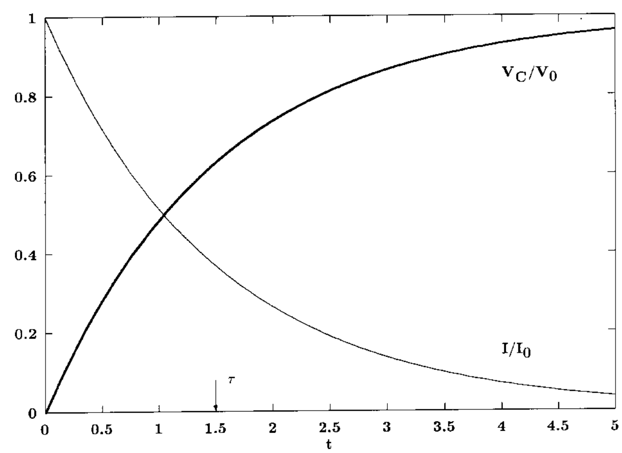


Figura 2. Curvas de tensão no capacitor $V_c$ e corrente $I$ no circuito da Fig.(1), como funções do tempo. $V_0$ é a tensão da bateria e $I_0 = V_0/R \cdot \tau$, denominado tempo de relaxação, é discutido no texto.

Esse tempo de carga deve ser função unicamente dos parâmetros do circuito: $V_0$, $R$ e $C$. A unidade de $R$, pela lei de Ohm, é volt/ampère ou volt.segundo/coulomb. Portanto, a única combinação com unidade de tempo é $R \cdot C$. De fato, pode-se mostrar que no intervalo de tempo

$$\tau = R \cdot C \tag{2}$$

o capacitor adquire (ou perde) cerca de 66 % de sua carga total (ou inicial). $\tau$ é chamado de tempo de relaxação ou simplesmente tempo de carga do capacitor. Na prática, os valores de $\tau$ podem variar desde nanosegundos até segundos. É a comparação entre esse tempo de relaxação e os tempos característicos dos sinais aplicados ao circuito que define o comportamento desse último.

### B. Circuito RC Série - Corrente Alternada

Vamos agora analisar o nosso circuito RC série da Fig.(1) mas agora ligado a um gerador de corrente alternada de freqüência $\omega$, no lugar da bateria. Para freqüências muito baixas, ou seja, de períodos muito maiores que o tempo de carga RC, o capacitor tem tempo para reagir à tensão aplicada. É como se tivéssemos corrente contínua e portanto a amplitude da tensão em $C$, $V_c$, é igual à amplitude $V_0$ da tensão no gerador. Já para freqüências altas, ou seja, para períodos muito menores que o tempo de carga RC, antes que o capacitor consiga carregar-se, o gerador já trocou de polaridade muitas vezes e portanto o capacitor acaba se carregando muito pouco: $V_c$ vai a zero. Nesse caso a tensão do gerador está toda aplicada no resistor. Com isso temos o comportamento ilustrado na Fig. (3). Como já dissemos, a única grandeza com unidade de tempo nesse circuito é $R \cdot C$, logo, a freqüência $\omega_c$ onde a tensão no capacitor $V_c$ se iguala à tensão no resistor $V_R$ deve ser proporcional a $1/(RC)$. De fato, pode-se mostrar que $\omega_c = 1(/R \cdot C)$.

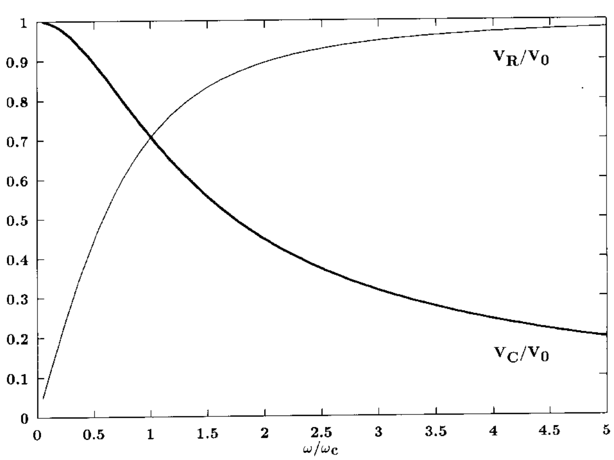


Figura 3. Substituindo a bateria do circuito da Fig.(1) por um gerador de freqüência $\omega$ temos o comportamento acima para a tensão no capacitor $V_c$ e para a tensão no resistor $V_R$.

Uma aplicação desse circuito é na construção de filtros, que são circuitos destinados a deixar passar apenas um certo intervalo de freqüências. Por exemplo, se nosso gerador fosse um amplificador de áudio, desses usados em equipamentos de som por exemplo, no capacitor teríamos maior intensidade dos sinais de baixa freqüência (graves), enquanto no resistor teríamos apenas os sinais de alta freqüência (agudos).

De forma análoga à resistência de um resistor, que mede a dificuldade que o mesmo impõe à passagem de uma corrente, e é definida pela relação $R = V_R/I_R$, podemos definir a grandeza denominada reatância capacitiva através da relação

$$\chi_c = \frac{V_c}{I_c} \, , \tag{3}$$

onde $I_c$ é a amplitude da corrente no capacitor. Como sugere a Fig. (3), $\chi_c$ depende da freqüência $\omega$. Para $\omega < \omega_c$, $V_c \to V_0$, enquanto $I_R = V_R/R \to 0$, logo $\chi_c$ é muito grande e tudo se passa como se o capacitor estivesse aberto. Já para $\omega > \omega_c$, $V_c \to V_0$, e $I_R \to V_R/R$, portanto $\chi_c \to 0$ e tudo se passa como se o capacitor estivesse em curto-circuito.

Não é difícil obter a expressão de $\chi_c$ em função da freqüência $\omega$. A reatância $\chi_c$ tem unidade de resistência e é função de $\omega$ e $C$. A única combinação possível é na forma

$$\chi_c = \frac{N}{\omega \cdot C} \tag{4}$$

onde $N$ é uma constante adimensional. Podemos calcular $N$ observando que no ponto $\omega = \omega_c$, da Fig. (3), $V_c = V_R$ e como a corrente é a mesma em todo o circuito, temos que $\chi_c = R$. Logo,

$$\frac{N}{\omega_c \cdot C} = R \, , \tag{5}$$

Usando a relação $\omega_c = 1/(RC)$, obtemos $N = 1$ e então,

$$\chi_c = \frac{1}{\omega \cdot C} \, . \qquad )(6)$$

### III. Indutores

Um indutor é essencialmente um fio condutor enrolado em forma helicoidal. Pode ser enrolado de forma auto-sustentada ou sobre um determinado núcleo. Para lembrar sua constituição, o símbolo usado para indutores é:

Quando uma corrente circula por esse dispositivo aparece um campo magnético ao redor dele. Essa é a chamada lei de Ampère, e é um efeito bem conhecido que é a base do funcionamento de motores elétricos e eletro imãs. O campo magnético gerado acompanhará as variações temporais da corrente e atuará sobre as espiras do indutor. Mas, a exemplo dos dínamos, ou transformadores elétricos, onde um campo magnético dependente do tempo induz uma d.d.p., aqui também teremos uma d.d.p. induzida no indutor devido ao seu próprio campo. Faraday descobriu que a d.d.p. $V_L$ induzida é proporcional à variação $\Delta I$ da corrente num intervalo de tempo $\Delta t$, ou que

$$V_L = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}\ . \qquad (7)$$

Essa equação define a grandeza $L$, chamada de indutância. Ela é análoga à capacitância do capacitor ou à resistência do resistor, e indica a dificuldade que o indutor coloca à variações da corrente. Ela depende apenas da geometria do indutor e do meio onde ele se encontra.

A unidade da indutância é $[L]$ = tensão $\cdot$ tempo/corrente = resistência $\cdot$ tempo, que recebeu o nome de henry em homenagem ao físico americano Joseph Henry. Na prática são comuns indutores desde alguns milihenries até centenas de henries.

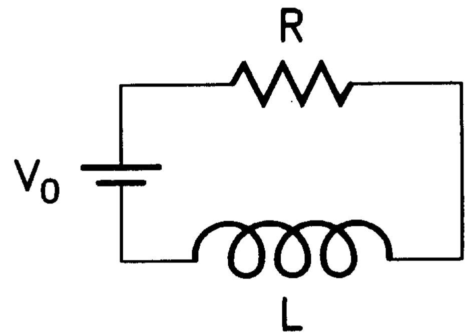


Figura.4

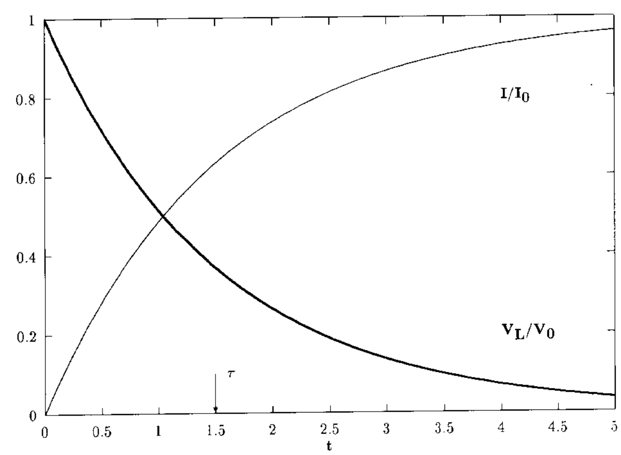


Figura 5. Comportamento em função do tempo da tensão $V_L$ no indutor e da corrente no circuito da Fig.(4). Vo é a tensão da bateria e $I_0 = V_0/R$. Compare essas curvas com aquelas da Fig. (2).

## A. Circuito RL série - corrente continua

Vamos analisar o circuito esquematizado na Fig.(4). Se no lugar do indutor tivéssemos simplesmente um fio, ao ligarmos o circuito a corrente passaria de zero a $V_0/R$ instantaneamente. O que o indutor faz é reagir a essa brusca variação de corrente gerando uma d.d.p. de mesmo valor, mas de sentido contrário à da bateria. A corrente, então, inicialmente é zero. Nao há, portanto, variação brusca da corrente e então a reação do indutor $V_L$ diminui; isso acarreta um aumento da corrente impelida pela bateria e portanto uma queda de tensão no resistor, o que por sua vez faz $V_L$ diminuir ainda mais. Essa seqüência continua até que a corrente atinja o seu valor máximo em $V_0/R$, quando então não há mais reação do indutor: $V_L \approx 0$. A Fig.(5) resume o que foi dito.

O gráfico $I \times t$ na Fig.(5) ilustra a inércia que um indutor apresenta à passagem de uma corrente. Devemos, então, sempre ter em mente que um circuito RL série demora um certo tempo para reagir a uma tensão. Por análise dimensional, esse tempo deve ser proporcional a $L/R$, a única combinação de $L$ e $R$ com unidade de tempo. De fato, pode ser mostrado que o tempo $\tau$ necessário para um indutor chegar a ter cerca de 66% da tensão total é dado por

$$\tau = \frac{L}{R}\ . \qquad (8)$$

## B. Circuito RL série - corrente alternada

Queremos agora substituir a bateria do circuito anterior por um gerador de corrente alternada, de amplitude $V_0$ e freqüência $\omega$, e analisar as amplitudes das tensões no indutor $V_L$ e no resistor $V_R$ como funções de $\omega$.

No regime de baixas freqüências, isto é, grandes períodos, a corrente é quase contínua, e esperamos que o circuito se comporte como aquele ligado a uma bateria. Então, nesse regime, a amplitude $V_L$ vai a zero. Com isso a tensão do gerador é toda ela aplicada a $R$ e temos a igualdade $V_R = V_0$.

Já para altas freqüências, ou seja, períodos muito menores do que o tempo necessário para o circuito reagir à tensão aplicada, o circuito simplesmente não consegue reagir (é como se ele não conseguisse se "carregar"). Com isso a corrente vai a zero e com ela a tensão no resistor: $V_R \to 0$. Toda a tensão do gerador, portanto, fica aplicada no indutor: $V_L \to V_0$. A Fig. (6) traduz esses resultados.

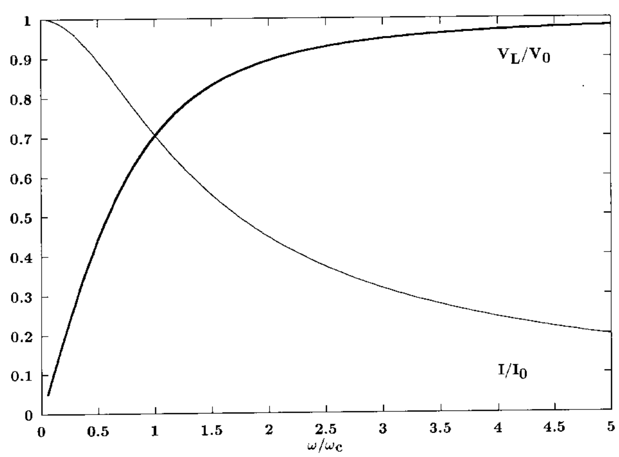


Figura 6. Com a bateria do circuito da Fig.(5) substituida por um gerador de frequência $\omega$, as amplitudes da tensão no indutor $V_L$ e da corrente $I$ no circuito comportam-se como ilustrado acima. $V_0$ é a amplitude da tensão no gerador e $I_0 = V_0/R$. Compare essas curvas com aquelas da Fig.(3).

Por análise dimensional, a freqüência $\omega_c$ para a qual as tensões $V_L$ e $V_R$ são iguais, deve ser proporcional a $R/L$ e, de fato, pode-se deduzir rigorosamente que

$$\omega_c = \frac{R}{L} \ . \tag{9}$$

Por analogia com o que fizemos no circuito RC série, vamos definir uma grandeza chamada *reatância indutiva*, $\chi_L$, por meio da equação

$$\chi_L = \frac{V_{0L}}{I_0} \ . \tag{10}$$

Das curvas de $V_L$ e $V_R$ mostradas no gráfico anterior conclui-se que $\chi_L \to 0$ para $\omega \to 0$ e cresce à medida que $\omega$ cresça. A reatância $\chi_L$ tem dimensão de resistência. Logo, deve ser da forma $N \cdot \omega \cdot L$, onde $N$ é uma constante adimensional. Mas como para $\omega = \omega_c$ devemos ter $V_{0L} = V_{0R}$ teremos que a reatância se reduzirá à resistência, isto é,

$$\chi_L = R \quad (em \ \ \omega = \omega_c) \tag{11}$$

Então, $N \cdot \omega_c \cdot L = R$ e usando a Eq.(9) obtemos $N = 1$. Assim, a expressão para a reatância indutiva é

$$\chi_L = \omega \cdot L \ . \tag{12}$$

Resumindo, podemos dizer que para *freqüências baixas* $\omega_L$ tudo se pass como se o indutor fosse um *curto-circuito*. Para *freqüências altas*, $\chi_L$ é grande e tudo se passa como o se indutor fosse um *circuito aberto*.

Esse comportamento é exatamente oposto ao de um capacitor. Isso faz com que os circuitos que contenham juntamente capacitores e indutores possuam características muito interessantes. Um exemplo importante é o circuito que passaremos a descrever em seguida.

### C. Circuito LC paralelo - corrente alternada

Vamos analisar a amplitude $V_{LC}$ da tensão entre os terminais do indutor $L$ ou do capacitor $C$ do circuito da Fig.(7). Para freqüências muito baixas, o capacitor é, como vimos, um circuito aberto, enquanto o indutor é um curto-circuito. Logo, $V_{LC} \approx 0$. Para freqüências muito altas, o indutor é um circuito aberto e o capacitor um curto-circuito. Logo, de novo, teremos $V_{LC} \approx 0$. A amplitude $V_{LC}$ é positiva por definição e no máximo será igual a $V_0$. Assim, podemos prever o comportamento esquematizado na Fig. (8) e concluir que $V_{LC}$ tem um valor máximo em uma freqüência $\omega_r$ chamada de freqüência de ressonância.

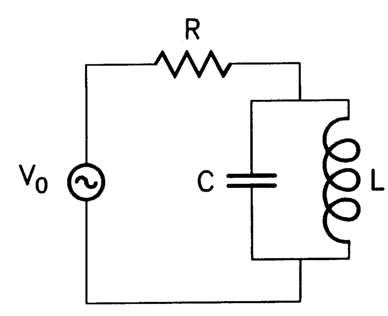


Figura.7

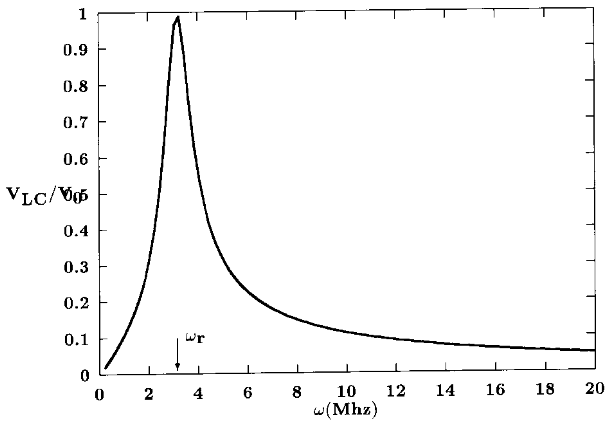


Figura 8. $V_{LC}$ é a amplitude da tensão no capacitor, ou indutor, do circuito da Fig.(7). O maior valor dessa amplitude ocorre na freqüência $\omega_r$ em que capacitor e indutor comportam-se de forma similar, ou seja, quando suas reatâncias são iguais. A curva acima corresponde ao caso em que $R = 10\Omega$, $C = 0.1/\mu F$ e $L = 1\mu h$ dando uma ressonância em $\omega_r = 3.16$ Mhz (megahertz).

Perto de $\omega_r$ a curva é simétrica, já que temos um máximo. Isso quer dizer que se $\omega$ crescer um pouco em direção às freqüências altas, ou diminuir um pouco em direção às freqüências baixas, $V_{LC}$ apresentará o mesmo comportamento nas duas direções. Mas como o comportamento de um capacitor é oposto ao de um indutor, isso só será possível se, em torno de $\omega_r$, capacitores e indutores forem indistinguíveis, ou seja, possuirem as mesmas reatâncias. Assim, igualando $\chi_L$ e $\chi_c$ em $\omega = \omega_r$ temos

$$\frac{1}{\omega_r \cdot C} = \omega_r \cdot L \ , \qquad (13)$$

de onde concluimos a seguinte expressão para a freqüência de ressonância:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \ . \qquad (14)$$

Uma aplicação simples do circuito acima é na função de *filtro sintonizável*. Se no lugar do gerador de corrente alternada colocarmos uma fonte de sinais que contenha a superposição de inúmeros sinais de freqüências diferentes, como por exemplo, uma antena de rádio, então, nos extremos do capacitor ou indutor aparecerá um sinal forte correspondente à freqüência $\omega_r$; as demais freqüências serão atenuadas. Variando $C$ ou $L$ poderemos escolher qualquer um dos sinais de entrada. Isso é o que se chama sintonizar um sinal e é exatamente o que fazemos quando movimentamos o ponteiro do dial de um rádio.

Outros aspectos dos circuitos $RLC$ podem ainda ser analisados dentro do contexto aqui apresentado, como por exemplo, as defasagens entre tensões e correntes impostas por capacitores ou indutores. Deixaremos isso como exercício para os leitores interessados.

## Referências


1. Para uma leitura completa sobre circuitos $RLC$ sugerimos os livros de J. J. Brophy, *Eletrônica Básica para Cientistas*, cap. 1,2 e 3, e ainda D. Halliday, R. Resnick, *Física II*, vol. I cap. 30, 31, 32 e 36.
2. Sobre análise dimensional, sugerimos o livro de J. Goldemberg, *Física Geral e Experimental*, V. 1, cap. III. Para uma consulta mais profunda, ver P. W. Bridgman, *Dimensional Analysis*, Yale University Press.