
Propagação das ondas marítimas e dos tsunami

ACEITO PARA PUBLICAÇÃO NO *CADERNO BRASILEIRO DE ENSINO DE FÍSICA*

Fernando Lang da Silveira - Instituto de Física da UFRGS

Maria Cristina Varriale – Instituto de Matemática da UFRGS

Resumo. *Neste artigo tratamos da propagação das ondas marítimas em geral (ondas de gravidade) e dos tsunami em especial. Mostra-se que, a partir de alguns resultados básicos da teoria, importantes aspectos qualitativos e práticos podem ser entendidos e previstos.*

Palavras-chave: *ondas marítimas, tsunami.*

Abstract. *The propagation of ocean waves, particularly of tsunami, is analyzed in this paper. We show that, starting from some basic results of the theory, many important qualitative and practical features can be understood and predicted.*

Keywords: *ocean waves, tsunami.*

I. - Introdução

Tsunami é uma palavra japonesa que designa ondas geradas em oceanos, mares, baías, lagos, a partir ou de movimentos sísmicos, ou de vulcanismo, ou de deslizamento de terra submarino, ou de impacto de meteorito, ou até de fenômenos meteorológicos (BRYANT, 2001). O que distingue os *tsunami*¹ de outras ondas na superfície da água são os *períodos* das *oscilações* da água. Enquanto em uma *onda marítima* “normal” podem ocorrer *períodos* de até algumas dezenas de segundos, em um *tsunami* este tempo atinge alguns minutos ou até meia-hora. Desta forma, os *tsunami* são *ondas longas*, que em alto-mar possuem entre 10 km e 500 km de *comprimento de onda*. Esta característica torna os *tsunami* muito diferentes das outras ondas, mesmo daquelas que podem ser observadas durante as tempestades.

¹ - Em japonês *tsunami* designa uma ou mais ondas produzidas em *maremotos*. Neste trabalho adotaremos a palavra *tsunami*, sem o s final, tanto para designar uma quanto mais de uma onda.

Os *tsunami*, apesar de em alto-mar apresentarem pequenas *amplitudes* (da ordem de metro), podem se agigantar quando atingem as águas rasas nas proximidades da costa. Um dos raros *tsunami* no Oceano Atlântico aconteceu em 1º de novembro de 1755, quando Lisboa foi destruída por um terremoto (TUFTY, 1978). Cerca de 50 min após o tremor que devastou a cidade, as águas no porto baixaram e, alguns minutos depois², uma onda com 15 m de altura atingiu as docas e a cidade, matando inúmeros sobreviventes do terremoto. Em 15 de junho de 1896, em Sanriku no Japão, um *tsunami* com cerca de 30 m de altura matou 27.000 pessoas, feriu 9.000 pessoas, destruindo 13.000 casas (BRYANT, 2001). O maior *tsunami* já registrado ocorreu no Alasca, em 9 de julho de 1958, quando 90 milhões de toneladas de rocha e gelo desabaram dentro de uma baía – Lituya Bay –, gerando uma onda com cerca de 50 m de altura³, elevando a água até 524 m – quinhentos e vinte e quatro metros (BRYANT, 2001) – no outro lado da baía (a altura foi avaliada pelas marcas na floresta das montanhas que circundam a baía).

O *tsunami* que ocorreu em 26 de dezembro de 2004, vitimando cerca de 300.000 pessoas, infelizmente constituiu-se em apenas um novo evento entre mais de 1.500 registros históricos existentes. Em 22 de maio de 1782 um *tsunami* vitimou cerca de 50.000 pessoas em Taiwan. Em 26 de agosto de 1882, como consequência da grande erupção do vulcão Krakatoa na Indonésia, um *tsunami* matou 36.417 pessoas. Somente na região do Oceano Pacífico foram registrados mais de 1.100 *tsunami* nos últimos vinte séculos, sendo que os quinze mais terríveis (anteriores a 26 de dezembro de 2004) produziram aproximadamente 330.000 mortes (BRYANT, 2001). Um dos primeiros registros de *tsunami* remonta ao século XIV a.C. quando a cidade de Knossos, capital de Creta, teria sido destruída por uma onda gigante originada da erupção do vulcão de Santorini no Mar Egeu (TUFTY, 1978). Evidências geológicas de *tsunami* em épocas remotas são encontradas em diversas regiões da Terra (BRYANT, 2001).

O objetivo deste artigo é o de apresentar algumas características básicas que permitam uma compreensão elementar sobre a propagação de *ondas marítimas* e, especialmente, a propagação dos *tsunami*.

² - O recuo das águas é comum, mas nem sempre acontece (BRYANT, 2001), antes da chegada das grandes ondas. Segundo relato do navegador João Sombra, que estava com seu veleiro em Phuket na Tailândia em 26 de dezembro de 2004 a “*grande baía de acesso ao estaleiro começou a secar de forma espantosa; os peixes pulavam no seco. (...) Isso durou cerca de 20 minutos e de repente no horizonte algo começou a crescer. Uma grande onda principiava. Era algo monstruoso!*” (Jornal Zero Hora, Porto Alegre, RS, 28/12/2004; p. 10).

³ - O barco de 12 m de um casal de navegadores foi apanhado pela onda, “surfou” durante alguns minutos, e, finalmente, foi deixado ileso em alto-mar. Os navegadores relataram que durante a “surfagem” viam, abaixo deles (!!), as árvores da floresta que circundava a baía (TUFTY, 1978).

II. – Velocidade de propagação das ondas marítimas

As ondas que se propagam na interface líquido-gás, devido à influência do *campo gravitacional*, são denominadas *ondas de gravidade*⁴ (*gravity waves*). Exemplos deste tipo de ondas são as *ondas marítimas*. Durante a propagação das ondas, as partículas do líquido oscilam. É facilmente perceptível a *oscilação* da água na direção do *campo gravitacional*, perpendicularmente à direção de propagação da onda. Entretanto também ocorre uma *oscilação* das partículas do líquido na própria direção de propagação da onda. Assim as *ondas marítimas* possuem uma componente *oscilatória transversal* (na direção do *campo gravitacional*) e uma componente *oscilatória longitudinal* (na direção de propagação), determinando que uma partícula do meio descreva uma *elipse* (ou em um caso particular, uma *circunferência*) enquanto a *onda marítima* passa por ela (na seção III trataremos com detalhes das trajetórias das partículas d'água).

Segundo ELMORE e HEALD (1985, p. 187) a *velocidade de propagação* – v – das ondas na superfície de líquidos é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{g \lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)} = \sqrt{\frac{g \lambda}{2\pi} \frac{e^{\frac{2\pi d}{\lambda}} - e^{-\frac{2\pi d}{\lambda}}}{e^{\frac{2\pi d}{\lambda}} + e^{-\frac{2\pi d}{\lambda}}}} \quad (1)$$

onde d é a *espessura da lâmina de líquido*, λ é o *comprimento de onda* e g é a *intensidade do campo gravitacional*.

O gráfico da figura 1 mostra como a *velocidade de propagação* de *ondas marítimas* varia com o *comprimento de onda*, para diversas *espessuras da lâmina d'água*⁵. Em alto-mar a profundidade máxima chega a 5.000 m e, excepcionalmente, a cerca de 10.000 m. Neste gráfico conseguimos abranger um grande intervalo de *comprimentos de onda* (desde ondas com pequeno *comprimento* até aqueles atingidos pelos *tsunami*) e um grande intervalo de *espessuras da lâmina d'água* (desde as águas rasas próximas ao litoral até as águas profundas do alto-mar), pois o construímos em escala logarítmica, tanto para as abscissas, quanto para as ordenadas (escala *log-log*).

⁴ - Na interface líquido-gás há também a possibilidade de *ondas de tensão superficial*. No entanto, efeitos de *tensão superficial* são totalmente desprezíveis para as *ondas marítimas*, pois eles somente se fazem sentir na *velocidade de propagação* das ondas na água se o *comprimento de onda* for inferior a centímetro.

⁵ - Na equação (1) tem-se que a *velocidade de propagação* de *ondas de gravidade* na interface líquido-gás independe da densidade do líquido porque, na sua dedução, supõe-se que a densidade do líquido seja muito maior do que a densidade do gás.

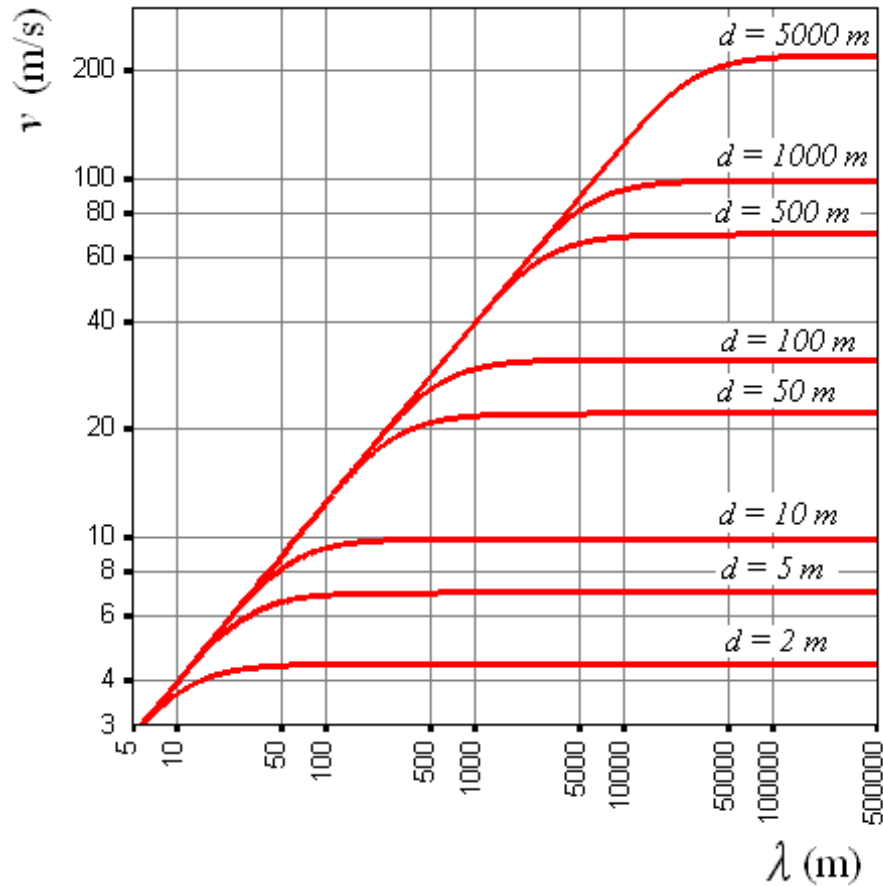


Figura 1 – Variação da velocidade de propagação de ondas marítimas em função do comprimento de onda, para diversas espessuras da lâmina d'água.

Observa-se na figura 1 que, independentemente da espessura da lâmina d'água, a velocidade de propagação – v – cresce com o aumento do comprimento de onda λ , tendendo a um certo valor limite, próximo do qual v praticamente não se altera. A velocidade de propagação já está muito próxima deste limite máximo quando $\lambda = 10 d$. Outro comportamento limite, que nos chama atenção na figura 1, está relacionado à reta inclinada; retas em gráficos *log-log* identificam *leis de potência*⁶ relacionando a variável dependente com a independente. A seguir estudaremos melhor tais comportamentos assintóticos.

Observamos que, se $\lambda \leq 2d$, a função *tangente hiperbólica* envolvida na equação (1) pode ser aproximada pelo seu valor limite superior, 1, pois neste caso

$$\tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right) \geq 0,996 \approx 1 \quad (2)$$

⁶ - Uma *lei de potência* é uma função do tipo $y = a x^b$.

A *velocidade de propagação* é, portanto, com excelente aproximação, dada pela *lei de potência*

$$v = \sqrt{\frac{g \lambda}{2 \pi}}, \quad (3)$$

cujo expoente 1/2 (na potência $\lambda^{1/2}$) é a inclinação da reta que se vê, no gráfico da figura 1, para pequenos valores de λ (quando comparados com d).

Por outro lado, se $\lambda \gg d$ vale a aproximação

$$\tanh\left(\frac{2 \pi d}{\lambda}\right) \cong \frac{2 \pi d}{\lambda}, \quad (4)$$

que, após substituída na equação (1), fornece para a *velocidade de propagação*

$$v = \sqrt{g d} \quad (5)$$

como boa aproximação para os valores máximos observados na figura 1. Visto que a *velocidade de propagação* independe do *comprimento de onda*, concluímos que as ondas se propagam sem *dispersão*⁷.

A equação (3) permite calcular a *velocidade de propagação* de ondas marítimas “normais” em alto-mar, onde a *espessura da lâmina d’água* é da ordem de quilômetro e o *comprimento de onda* é da ordem de algumas centenas de metros. Se $\lambda = 300 \text{ m}$, a equação (3) resulta em $v = 22 \text{ m/s} = 79 \text{ km/h}$; o *período* desta onda é $300 \text{ m} \div 22 \text{ m/s} = 14 \text{ s}$.

Os *tsunami*, por terem *comprimento de onda* de até centenas de quilômetros⁸, mesmo em alto-mar, onde a *espessura da lâmina d’água* é cerca de 5 km, satisfazem a condição $\lambda \gg d$ e, portanto, suas velocidades são dadas pela equação (5). Eles se propagam com velocidades muito maiores do que as *ondas marítimas* “normais” pois se $d = 5.000 \text{ m}$, a equação (5) resulta em $v = 221 \text{ m/s} = 800 \text{ km/h}$.

Quando um *tsunami* se aproxima da costa, atingindo a plataforma continental, a *espessura da lâmina d’água* – d – diminui, e a *velocidade de propagação* – v – do *tsunami*, de acordo com a equação (5), também diminui. Para uma lâmina d’água com *espessura* de 50 m, obtém-se uma velocidade de cerca de 80 km/h. O *período* do *tsunami* não se altera e,

⁷ - Para ondas de qualquer natureza, denomina-se de *dispersão* a dependência da *velocidade de propagação* com o *comprimento de onda* ou com a *freqüência*. Uma conseqüência da *dispersão* é a decomposição da luz branca ao atravessar um prisma.

⁸ - Os *tsunami* se constituem em *pacotes ondas* (às vezes um único *pulso*). É bem sabido que de acordo com o *teorema de Fourier* uma onda com forma arbitrária pode ser obtida da superposição de ondas senoidais. Assim sendo, os *comprimentos de onda* de um *tsunami* devem ser entendidos como os *comprimentos de onda* das suas *componentes*.

portanto, uma redução por um fator de 10 na sua *velocidade de propagação* implica em uma redução pelo mesmo fator no seu *comprimento de onda*.

A figura 2 representa, de maneira esquemática, as *frentes de onda* (linhas que ligam pontos na crista da onda) planas de um *tsunami* que passa do alto-mar (*espessura da lâmina d'água* de 5.000 m) para o mar raso da plataforma continental (*espessura da lâmina d'água* de 50 m).

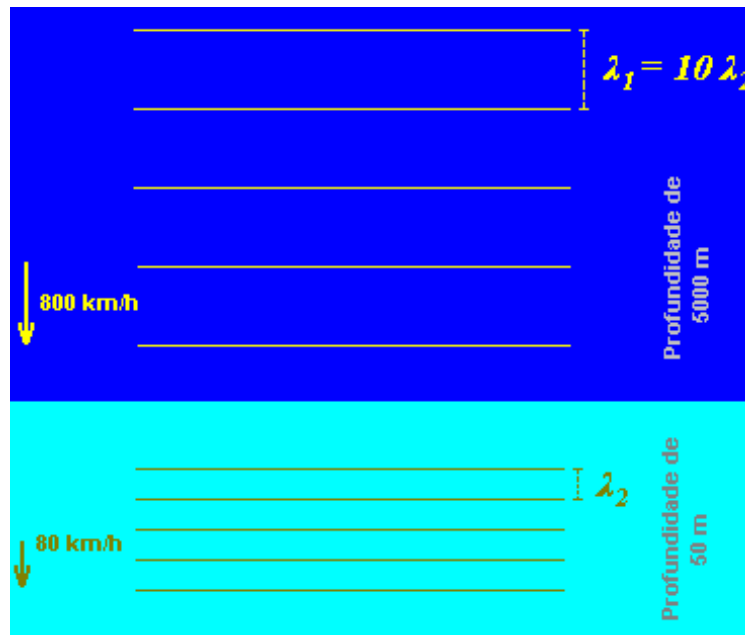


Figura 2 – Redução na velocidade de propagação e no comprimento de onda de um tsunami que passa do alto-mar para o mar raso.

III. – As oscilações transversal e longitudinal em ondas marítimas

Conforme já comentado no início da seção II, as *ondas marítimas* possuem duas componentes *oscilatórias*: uma *transversal* e outra *longitudinal*. A teoria que embasa a dedução da equação (1), também permite obter interessantes resultados para as *oscilações transversal* e *longitudinal* das partículas de água (no Apêndice são apresentadas as equações que dão suporte teórico ao que discutiremos a seguir):

– Ambas as *oscilações* necessariamente acontecem com o mesmo *período* e suas *amplitudes* estão relacionadas entre si. Mostra-se que as *amplitudes da oscilação transversal* e da *oscilação longitudinal* são funções dos mesmos parâmetros (vide equações (A.3) e (A.4) no Apêndice).

– Quando a condição $\lambda \leq 2d$ está preenchida, e portanto uma *onda marítima* “normal” (ou até uma *onda marítima* produzida por tempestade) se propaga em alto-mar, as

trajetórias das partículas de água são aproximadamente *circulares* (vide equação (A.5) do Apêndice), com raio que diminui exponencialmente com a *profundidade*⁹.

– Quando se verifica a condição $\lambda \gg d$ (condição preenchida por *ondas marítimas* “normais” próximas do litoral e pelos *tsunami* inclusive em alto-mar), a trajetória das partículas de água assume a forma *elíptica*. A *amplitude da componente longitudinal* é sempre muito maior do que a *amplitude da componente transversal*¹⁰, sendo que a primeira é independente da *profundidade*¹¹ e a segunda decai linearmente com a *profundidade*, anulando-se junto ao leito oceânico (vide equações (A.6) e (A.7) do Apêndice).

A figura 3 representa as trajetórias das partículas de água em diferentes *profundidades* nas duas condições.

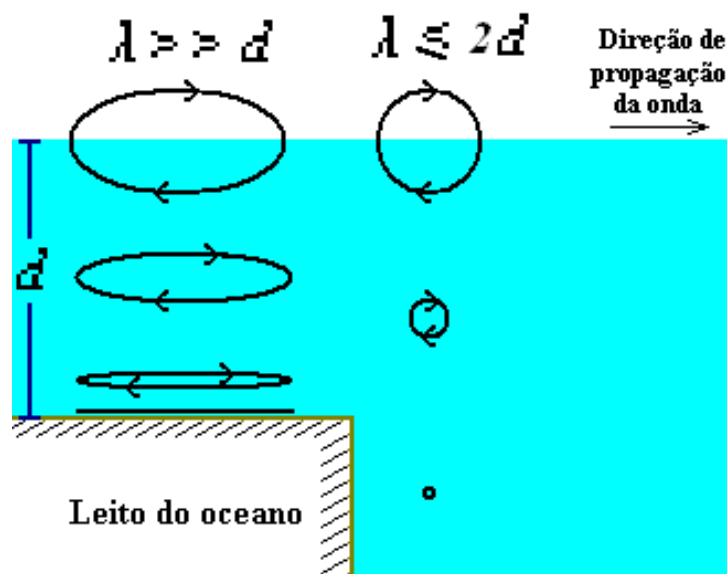


Figura 3 – Trajetórias das partículas de água na região de propagação de ondas marítimas em duas condições específicas.

É importante destacar, de acordo com o representado na figura 3, que nas duas situações ($\lambda \gg d$ e $\lambda \leq 2d$), quando uma partícula de água atinge o ponto mais alto da sua

⁹ - Assim se entende como é que, mesmo com mar agitado, um submarino pode navegar em mar calmo quando suficientemente submerso. Em grandes profundidades o ambiente marinho não sofre a influência das ondas, inclusive aquelas produzidas em tempestades.

¹⁰ - O fato de que a *amplitude longitudinal* é muito maior do que a *amplitude transversal* implica em um movimento da água na direção de propagação da onda perceptível pelo banhista suficientemente afastado da linha litorânea (além da zona de *rebentação* das ondas). Como este movimento *transversal* é oscilatório, o banhista se sentirá arrastado para dentro do mar depois que uma *crista* de onda passou por ele; a expressão popular para tal ocorrência é *repuxo*. Adiante retomaremos este efeito com mais detalhes.

¹¹ - O leito do oceano, em águas rasas próximas da costa, é constantemente agitado pela passagem das *ondas marítimas*. Há evidências de que as *ondas marítimas* de tempestade possam agitar a areia do fundo do oceano em profundidades de até 200 m e, excepcionalmente, nas costas da Escócia até 400 m (GORSHKOV E YAKUSHOVA, 1967).

trajetória, ela se desloca no mesmo sentido da propagação da onda. Ao atingir o ponto mais baixo da sua trajetória, uma partícula de água se desloca em sentido contrário ao sentido da propagação da onda.

Mesmo que as duas componentes oscilatórias sejam *senoidais* (presunção assumida para se traçar as trajetórias representadas na figura 3), o perfil *senoidal* das *ondas marítimas* é perdido quando a condição $\lambda \gg d$ estiver preenchida e, adicionalmente, a *amplitude da componente transversal máxima* – H – for da mesma ordem de grandeza da *espessura da lâmina d'água* (ver o final do Apêndice). A figura 4 – construída a partir das equações (A.1) e (A.2) – representa os perfis de uma onda (inclusive em níveis inferiores à da interface com o ar) com *período* de 10 s, com amplitude vertical de 2 m, propagando-se em uma região onde a *espessura da lâmina d'água* é 5 m; sua *velocidade de propagação* – dada pela equação (5) – é 7 m/s e o seu *comprimento de onda* é 70 m.

Conforme se observa na figura 4, o perfil da onda difere de uma *senóide* (apesar das componentes *longitudinal* e *transversal* serem oscilações *senoidais* no tempo). A parte do perfil situada acima do nível não perturbado da água (representado pela reta horizontal superior) é mais estreita do que uma *senóide* e a parte inferior mais larga¹², assumindo a forma de *calha*.

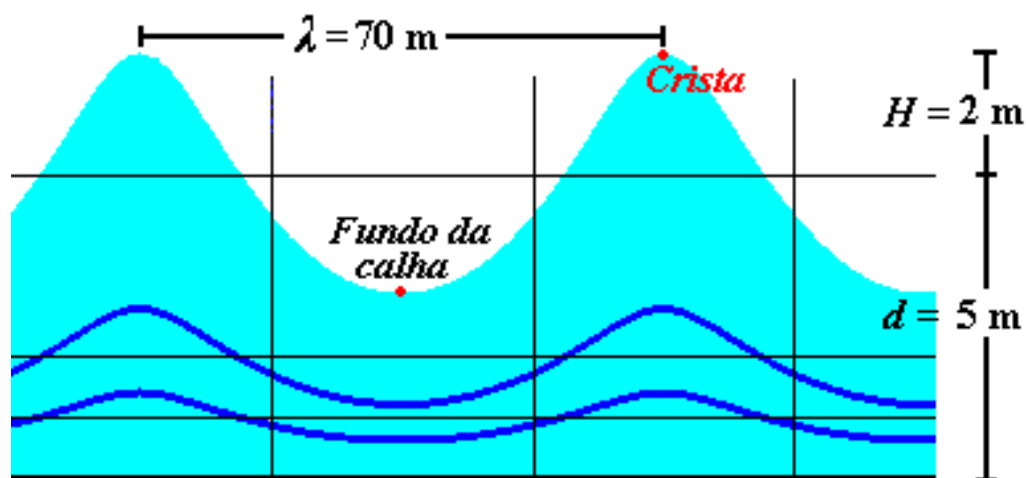


Figura 4 – Perfil não-senoidal de uma onda marítima, com comprimento de 70 m e amplitude transversal máxima de 2 m, propagando-se em uma região rasa.

Ainda é importante notar outros aspectos das *ondas marítimas* quando a condição $\lambda \gg d$ estiver preenchida e, adicionalmente, a *amplitude da componente transversal*

¹² - A teoria que fundamenta tais resultados é uma teoria *linear*, onde na *equação de Bernoulli* o termo dependente do quadrado da velocidade é desprezado; todos os resultados até aqui apresentados são válidos para *ondas de pequena amplitude* (ELMORE e HEALD, 1988). Desta forma, na situação agora tratada, onde certamente ocorrem efeitos *não-lineares*, os resultados constituem uma aproximação grosseira da realidade. Tais efeitos *não-lineares* são responsáveis por acentuar mais ainda o perfil *não-senoidal* da onda, tornando a região superior ao nível normal da água mais estreita e alargando a *calha* inferior. Estes efeitos se acumularão conforme a *espessura da lâmina d'água* diminui, levando à *rebentação* da onda. Mais adiante trataremos da *rebentação*.

máxima – H – for da mesma ordem de grandeza da *espessura da lâmina d'água*. Eles dizem respeito ao movimento das partículas de água (vide observações após as equações (A.8) e (A.9) do Apêndice):

– Em conseqüência do fato de que as trajetórias são *elipses* e de que no ponto mais alto uma partícula se desloca no mesmo sentido da propagação da onda, decorre que na *crista* da onda a água se movimenta no mesmo sentido da propagação da onda¹³.

– Em conseqüência do fato de que as trajetórias são *elipses* e de que no ponto mais baixo uma partícula se desloca em sentido contrário ao da propagação da onda, decorre que no *fundo da calha* da onda a água se movimenta em sentido contrário ao da propagação da onda.

– Qualquer partícula verticalmente abaixo da *crista* ou abaixo do *fundo da calha* da onda, movimenta-se da mesma forma que na *crista* ou no *fundo da calha* e com a mesma velocidade, pois a *amplitude* da oscilação *longitudinal* não se altera com a posição vertical da partícula. Em todos esses pontos a *velocidade longitudinal* das partículas de água atinge o seu valor máximo; em ordem de grandeza esta velocidade é comparável à *velocidade de propagação* da onda¹⁴.

A figura 5 representa, para a mesma onda da figura 4, as velocidades das partículas de água em pontos na *crista* e no *fundo da calha*, movimentando-se paralelamente à direção de propagação da onda, no mesmo sentido (*crista*) e em sentido contrário (*fundo da calha*), bem como as velocidades verticalmente abaixo desses dois pontos. Observa-se que as velocidades com as quais a água se desloca horizontalmente, apesar de terem um valor (2,8 m/s) menor do que o valor da *velocidade de propagação da onda* (7 m/s), são da mesma ordem de grandeza desta.

¹³ - O surfista que se encontra na *crista da onda* tende a ser arrastado pela onda.

¹⁴ - Este fato pode ser observado pelo banhista, surfista ou nadador que ultrapassa a região de *rebentação*: ele vivencia uma correnteza mar adentro, um *repuxo*, quando se encontra na *calha*. O surfista e o nadador experiente aproveitam este efeito para “avançar contra a próxima onda”.

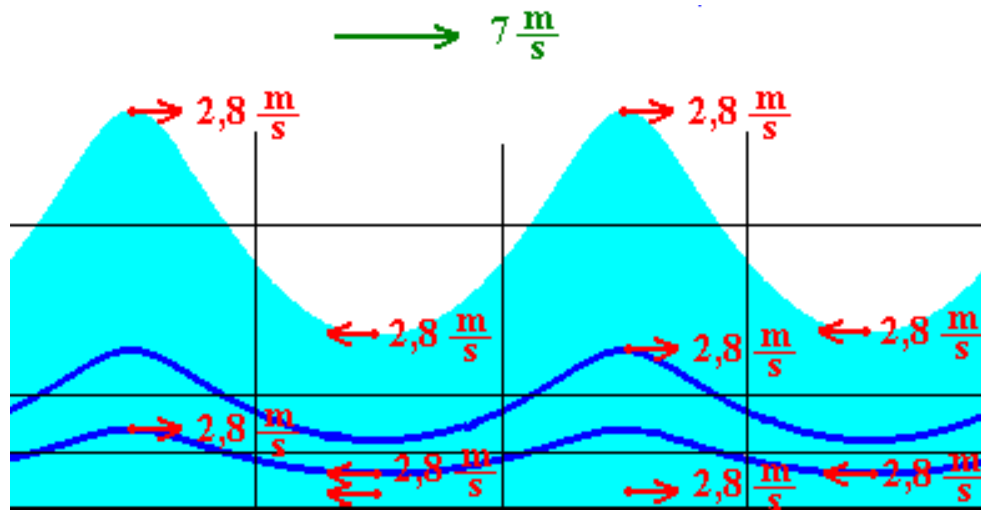


Figura 5 – Velocidade das partículas de água em alguns pontos na região de propagação da onda marítima

IV. – Energia mecânica transportada

Ondas marítimas transportam *energia mecânica*; em ELMORE e HEALD (1988; p. 203-205) encontram-se as equações que permitem calcular as *densidades de energia potencial, cinética e mecânica* e a *intensidade (densidade de potência)* de ondas na superfície de líquidos. Para a análise que se segue, deve-se saber que a *energia mecânica* – E – que se encontra ao longo de um *comprimento de onda* em uma onda com *frente de onda* com extensão z , é diretamente proporcional ao quadrado da *amplitude* da componente *transversal máxima* da onda – H –, ao *comprimento de onda* – λ – e à extensão da *frente de onda* – z –, como segue:

$$E = \frac{1}{2} \rho g H^2 \lambda z \quad (6)$$

onde ρ é a densidade da água.

De acordo com a equação (6), a *energia mecânica* transportada ao longo de um *comprimento de onda* é igual à *energia potencial gravitacional* de um paralelepípedo de água cuja base tem arestas z e λ , e cuja altura é H .

O *tsunami* em alto-mar tem *amplitude* pequena; mesmo assim transporta grande quantidade de *energia* devido ao seu grande *comprimento de onda*¹⁵. Quando se aproxima da costa oceânica, passando para regiões menos profundas, a sua *velocidade de*

¹⁵ - Um *tsunami* com *amplitude transversal* de 1 m e *comprimento de onda* de 200 km transporta, ao longo do seu *comprimento de onda*, a *energia mecânica* 1 GJ (!) por metro de sua frente de onda.

propagação, e conseqüentemente o seu *comprimento de onda*, se reduz (conforme já discutido na seção II). Como há pouca dissipação de energia neste processo, a *energia* transportada permanece inalterada. Desta forma

$$E_1 = E_2 \quad (7)$$

A relação (6) permite reescrever a igualdade (7) sob a forma

$$H_1^2 \cdot \lambda_1 z_1 = H_2^2 \cdot \lambda_2 z_2, \quad (8)$$

donde

$$\frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^{0,5} \quad (9)$$

Dado que a razão entre os *comprimentos de onda* é igual à razão entre as *velocidades de propagação*, e sendo a *velocidade de propagação* expressa pela equação (5), obtém-se

$$\frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^{0,5}, \quad (10)$$

ou ainda,

$$\frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^{0,5} \quad (11)$$

A equação (11) demonstra que dois fatores geométricos – a razão entre as *espessuras das lâminas d'água* e a razão entre as *extensões das frentes de onda* – são importantes para a modificação da *amplitude transversal máxima* dos *tsunami* (e conseqüentemente, pela equação (A.4) do Apêndice, da *amplitude longitudinal*).

Admitindo-se que a extensão da *frente de onda* permaneça inalterada, isto é, $z_1 = z_2$, obtém-se a chamada *Lei de Green* (BRYANT, 2001; p. 31), dada por

$$\frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{0,25} \quad (12)$$

Um *tsunami* que passa do alto-mar, onde tinha 1 m de *amplitude transversal máxima* e onde a *espessura da lâmina d'água* era cerca de 5.000 m, para uma região próxima à costa, onde a *espessura da lâmina d'água* se reduziu a 20 m, atingirá aí a *amplitude transversal máxima* de cerca de 4 m, conforme se calcula facilmente pela equação (12):

$$H_2 = \left(\frac{5000}{20} \right)^{0,25} \cdot 1 = 3,98 \text{ m}$$

O gráfico da figura 6 representa a *amplitude* de um *tsunami*, que em alto-mar ($d_1 = 5.000 \text{ m}$) tem a *amplitude* $H_1 = 1 \text{ m}$, em função da *espessura da lâmina d'água*. O gráfico foi construído em escala logarítmica para a variável independente.

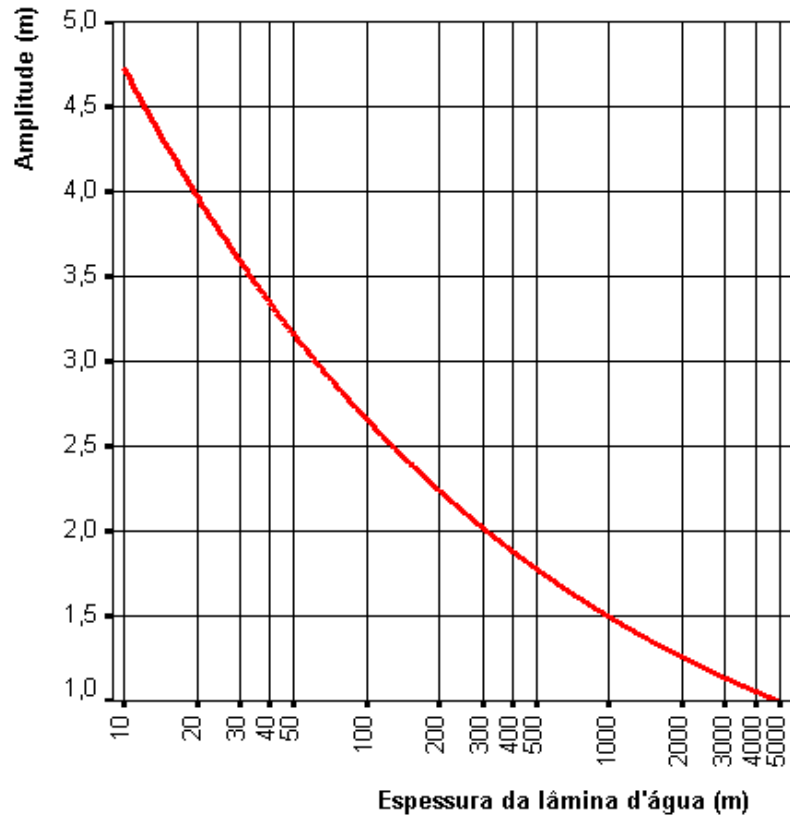


Figura 6 – Relação da amplitude transversal máxima de um tsunami com a espessura da lâmina d'água por onde ele se propaga.

O crescimento da *amplitude*, concomitante com o encurtamento do *comprimento de onda*, torna-se cada vez mais acentuado à medida que o *tsunami* se aproxima da costa; somente quando o *tsunami* atinge regiões onde a lâmina d'água tem pequena espessura é que acontece o seu agigantamento. O *tsunami* que devastou Sanriku em 1896 passou despercebido para os pescadores que se encontravam a alguns quilômetros da costa, navegando em frágeis embarcações; na manhã seguinte, quando retornaram para casa, ficaram estupefatos com a destruição verificada (TUFTY, 1978).

Turistas, que mergulhavam em frente a uma das praias devastadas pelo *tsunami* de 26 de dezembro de 2004, relataram que estavam próximos ao fundo do oceano e que apenas notaram uma “correnteza forte”. Ao retornarem ao barco, constataram que objetos no seu interior estavam desarrumados, evidência de “sacudida mais forte”. Tais constatações são

consistentes com o exposto anteriormente sobre as ondas na condição $\lambda \gg d$ (vide seção III ou o Apêndice): a *amplitude da componente transversal* do *tsunami* é máxima na superfície, anulando-se no fundo do oceano; entretanto, a *amplitude da componente longitudinal* é muito maior do que a *amplitude da componente transversal máxima* (isto é, na superfície), permanecendo inalterada em todas as *profundidades*, inclusive junto do leito oceânico¹⁶.

A figura 7 representa esquematicamente a propagação de um *tsunami* que se aproxima da costa oceânica¹⁷.

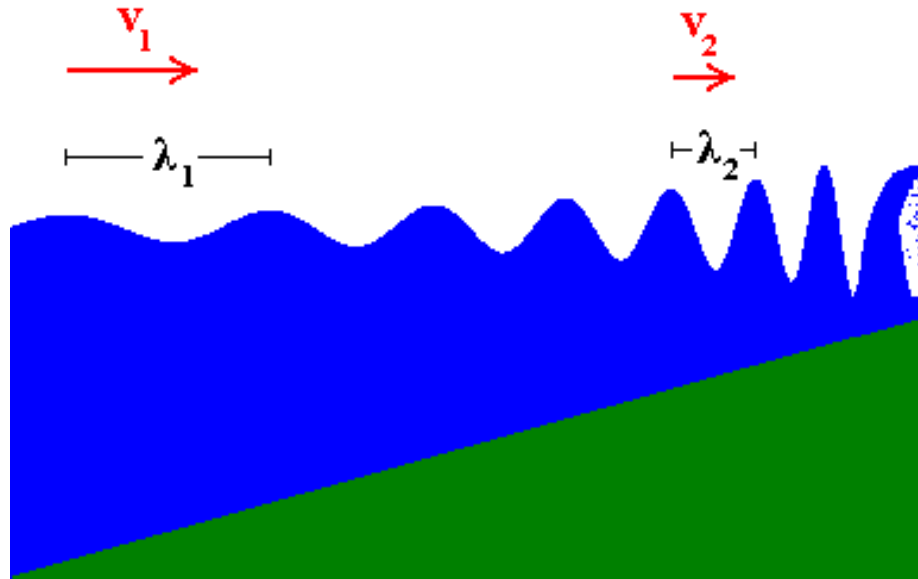


Figura 7 – Ao se aproximar da costa, a velocidade de propagação e o comprimento de onda de um *tsunami* decrescem enquanto a sua amplitude aumenta.

A figura 7 também representa a etapa em que finalmente o *tsunami* rebenta. A condição para que ocorra a *rebentação* de uma onda é uma função que depende de um fator geométrico – k – relacionado com o leito do oceano, além de depender da *amplitude transversal máxima* – H – e do *período* – T – da própria onda. Uma grandeza adimensional, denominada *parâmetro de rebentação da onda* – B_r –, é definido por (BRYANT, 2001; p. 35):

¹⁶ - Para um *tsunami* com *amplitude transversal* $H = 3$ m, *período* $T = 15$ min, propagando-se em uma lâmina de água com *espessura* de 40 m, estima-se pelas equações (A.7) e (A.10) do Apêndice uma *amplitude longitudinal* de cerca de 210 m ($210 \text{ m} \gg 3 \text{ m}$) e uma *velocidade longitudinal* máxima da água de cerca de 1,5 m/s (5,3 km/h). Uma “correnteza” com velocidade de alguns km/h não poderia passar despercebida para um mergulhador próximo ao leito do oceano pois o arrastaria.

¹⁷ - A figura 7 não deve ser interpretada literalmente. Além das *amplitudes*, dos *comprimentos de onda*, e das *espessuras da lâmina d’água* não se encontrarem em escala, um *tsunami* não se constitui em um longo trem de ondas que se estende desde o alto-mar até a costa. Esta figura é uma forma pictórica de representar o aumento de *amplitude* das *componentes* de um *tsunami*, quando este se propaga de alto-mar para as imediações da costa.

$$B_r = \frac{H}{T^2 g} k, \quad (13)$$

e a condição $B_r > 1$ indica *rebentação* da onda. As *ondas marítimas* “normais”, produzidas por ventos, caracterizam-se por terem *períodos muito menores* do que o de um *tsunami*. Mesmo as ondas produzidas em tempestades, não excedem algumas dezenas de segundos em seus *períodos*, enquanto os *tsunami* atingem *períodos* de minutos ou de até meia-hora. Ondas produzidas em tempestades podem atingir *amplitudes* comparáveis à de um *tsunami* próximo da costa. A equação (13) implica em que o *parâmetro de rebentação* para as *ondas de tempestade* seja muito maior do que para um *tsunami*, ambos na mesma região. Ou seja, as ondas de tempestade rebentam antes do que um *tsunami*, dissipando a maior parte da sua energia antes de atingirem a linha da costa. Alguns *tsunami* podem atingir a linha da costa como uma *parede d'água*, ou seja, sem rebentar, deslocando-se com velocidades de 5 a 8 m/s (BRYANT, 2001; p.35).

V. – Efeitos de refração

Quando uma onda sofre variações no valor da sua *velocidade de propagação*, também pode variar a sua *direção de propagação*. Este conhecido fenômeno, a *refração*, também ocorre com as *ondas marítimas*.

A figura 8 representa um trem de *ondas marítimas* que se aproxima da costa em uma direção inclinada em relação à linha do litoral. Ao passar de uma região para outra, a *espessura da lâmina d'água* diminui, diminuindo em conseqüência a *velocidade de propagação*, alterando a sua *direção de propagação*, a qual se aproxima da normal à linha do litoral. Não importando em que direções se propaguem as *ondas marítimas* longe da costa, elas tendem a atingir o litoral sempre em uma direção aproximadamente perpendicular à linha costeira, devido à *refração*.

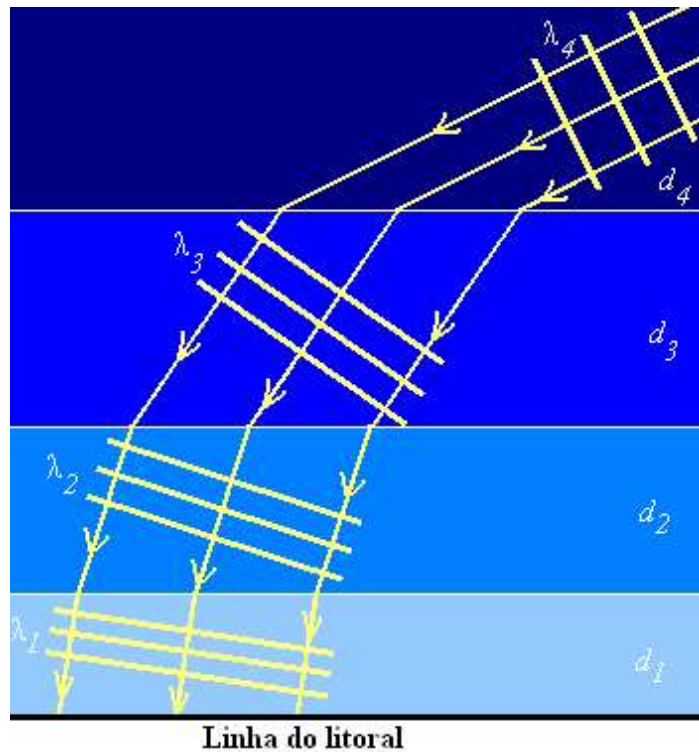


Figura 8 – Em consequência da refração, independentemente da direção de propagação das ondas marítimas longe da costa, elas atingirão a costa quase perpendicularmente à linha do litoral.

A figura 8 também indica que a extensão da *frente de onda* se altera em consequência da *refração*. De acordo com equação (11), tal mudança também será responsável por modificar a *amplitude* dessas *ondas marítimas*.

Mesmo em alto-mar os *tsunami* sofrem *refração* devido ao relevo do leito oceânico, já que a sua *velocidade de propagação* depende da *espessura da lâmina d'água* (os *tsunami*, diferentemente das *ondas marítimas* “normais” em alto-mar, são capazes de “sentir” os contornos *batimétricos*, isto é, a topografia do fundo do oceano). A figura 9 representa o que pode ocorrer com um *tsunami* que se propaga através de regiões com diferentes profundidades máximas.

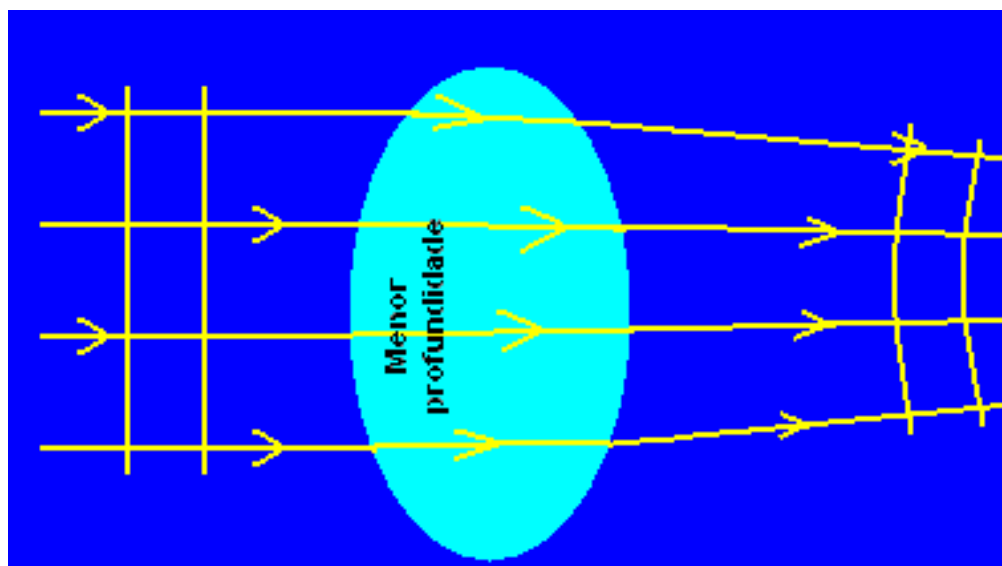


Figura 9 – Tsunami sofrendo refração que concentra a energia transportada.

Na situação representada na figura 9, os efeitos de *refração* determinam que a *energia* transportada pelo *tsunami* se concentre, convergindo para uma *frente de onda* menos extensa, após a passagem pela região menos profunda. Conseqüentemente, a *amplitude* do *tsunami* aumenta. É possível também ocorrer a *divergência* das *direções de propagação* (estes efeitos são análogos aos acontecidos com a luz em lentes convergentes e divergentes) quando o *tsunami* passa por uma região com relevo no fundo do oceano.

Tsunami gerados na costa oeste das Américas propendem para o longínquo Japão através de efeitos de *refração*, tendo as suas energias concentradas no litoral japonês. Por sua vez, o Tahiti está protegido contra a chegada de grandes *tsunami* porque o relevo do fundo do oceano desconcentra a energia de seu litoral (BRYANT, 2001).

VI. – Conclusão

Os livros texto de física geral, sejam para o ensino médio ou para o ensino superior, são quase todos omissos em relação à matéria das *ondas marítimas*¹⁸. Quando ministramos disciplinas de física geral para o ensino superior, temos abordado este assunto e percebemos que os alunos mostram um interesse acima do usual, principalmente no que diz respeito aos *tsunami*. Esta constatação é anterior à tragédia do dia 26 de dezembro de 2004. Por motivos óbvios, acreditamos que o interesse venha a crescer.

O objetivo desse artigo foi o de dar uma contribuição ao tema das *ondas marítimas*, já que a literatura disponível não é facilmente acessível para os professores. Em textos mais avançados, como por exemplo ELMORE e HEALD (1988), encontram-se as deduções das

¹⁸ - Uma exceção encontra-se em GASPAR (2001).

equações que descrevem o comportamento das *ondas marítimas* (sem qualquer referência aos *tsunami*), mas há pouca discussão sobre as implicações qualitativas e práticas de tais equações.

Referências

BRYANT, E. *Tsunami. The underrated hazard*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.

ELMORE, W. C. e HEALD, M. A. *Physics of waves*. New York: Dover, 1988.

GASPAR, A. *Física 2*. São Paulo: Ed. Ática, 2001.

GORSHKOV, G. e YAKUSHOVA, A. *Physical geology*. Moscou: MIR, 1967.

TUFTY, B. *1001 questions answered about earthquakes, avalanches, floods and other natural disasters*. New York: Dover, 1978.

Apêndice

A figura 1.A representa um sistema de coordenadas, cujo eixo dos x situa-se sobre o leito do oceano, onde a *espessura da lâmina d'água* é d . A posição de equilíbrio de uma partícula de água é P_0 . Quando uma *onda marítima*, cuja *amplitude transversal* na superfície do oceano é H , cruza por esta região, propagando-se segundo a orientação do semi-eixo x positivo, uma partícula em uma *profundidade* ($d - y$) afasta-se da posição P_0 , assumindo a posição P_1 . Os afastamentos na direção *transversal* (direção vertical) e *longitudinal* (direção de propagação da onda), em um instante de tempo t , são respectivamente h e l .

Admitindo-se que as oscilações *transversal* e *longitudinal* de uma partícula d'água sejam *harmônicas* (isto é, descritas por funções *seno* ou *co seno*), valem as seguintes funções (ELMORE e HEALD, 1988; p. 188):

$$h(x, t; y, d, H) = a(y, d, H) \text{sen}(kx - \omega t) \quad (\text{A.1})$$

$$l(x, t; y, d, H) = b(y, d, H) \text{cos}(kx - \omega t), \quad (\text{A.2})$$

onde $a(y, d, H)$ e $b(y, d, H)$ são as *amplitudes das oscilações transversal e longitudinal*, respectivamente, e dependem dos parâmetros y , d e H através de

$$a(y, d, H) = H \frac{\text{senh}(ky)}{\text{senh}(kd)} = H \frac{e^{ky} - e^{-ky}}{e^{kd} - e^{-kd}}, \quad (\text{A.3})$$

$$b(y, d, H) = H \frac{\cosh(k y)}{\sinh(k d)} = H \frac{e^{ky} + e^{-ky}}{e^{kd} - e^{-kd}}, \quad (\text{A.4})$$

sendo $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, onde λ é o *comprimento de onda*, e $\omega = \frac{2\pi}{T}$, onde T é o *período* de ambas as oscilações. O parâmetro H tem o mesmo valor da *amplitude da oscilação transversal* da onda na superfície do oceano.

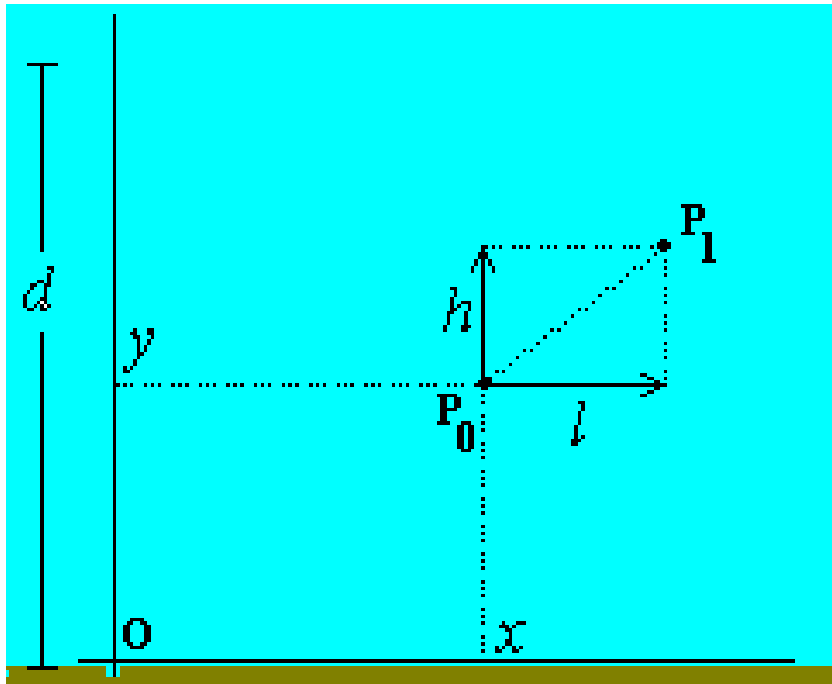


Figura 1.A – Posição e componentes transversal e longitudinal da oscilação de uma partícula d'água.

Sabe-se que a superposição de dois movimentos *harmônicos* ortogonais no espaço e no tempo, ambos com o mesmo *período*, gera uma trajetória *elíptica*. De acordo com as equações anteriores, as oscilações *transversal* e *longitudinal* de uma partícula de água cumprem tais condições e, portanto, a trajetória de uma partícula de água é uma *elipse* com semi-eixo menor a (*amplitude* da oscilação *transversal*) e semi-eixo maior b (*amplitude* da oscilação *longitudinal*), os quais, para $y \geq 0$ são funções crescentes de y . Assim sendo, quanto menor o valor de y , isto é, quanto maior a *profundidade* ($d - y$), menor será o tamanho dos semi-eixos. Junto ao leito do oceano ($y = 0$) têm-se $a = 0$, ou seja, a *amplitude da oscilação transversal* se anula, sendo máxima e igual a H na superfície do oceano (onde $y = d$).

Analisaremos, a seguir, o que ocorre com a trajetória de uma partícula d'água, nas duas situações de interesse, apresentadas na figura 3.

– Se $\lambda \leq 2d$, que equivale à condição $kd \geq \pi$, podemos escrever, para os fatores que multiplicam H , nas equações (A.3) e (A.4), as seguintes aproximações:

$$\frac{e^{ky} \pm e^{-ky}}{e^{kd} - e^{-kd}} \cong e^{-k(d-y)} \frac{1 \pm e^{-2k(d-y)}}{1 - e^{-2kd}} \cong e^{-k(d-y)},$$

donde obtemos que

$$a(y, d, H) \cong b(y, d, H) \cong H e^{-k(d-y)} \quad (\text{A.5})$$

Concluimos, portanto, que a trajetória de uma partícula d'água será aproximadamente uma *circunferência*, e seu raio diminuirá exponencialmente com o aumento da *profundidade* ($d - y$). Em uma *profundidade* $(d - y) = \frac{1}{k} = \frac{\lambda}{2\pi}$, o raio será $e^{-1} \cong 0,37 = 37\%$ do seu valor máximo H (que ocorre na superfície do oceano). Note-se que, aumentando a *profundidade*, o raio da trajetória tende para zero, ou seja, por mais agitada que esteja a superfície do oceano, em águas *profundas* – isto é $(d - y) \geq \frac{\lambda}{2}$ – a água se encontrará virtualmente em repouso.

– Se $\lambda \gg d$ (condição preenchida por *ondas marítimas* normais próximas do litoral e pelos *tsunami* inclusive em alto-mar), que equivale à condição $kd \ll 2\pi$, obtém-se, de (A.3) e (A.4), as seguintes aproximações:

$$a(y, d, H) \cong H \frac{y}{d} \quad (\text{A.6})$$

$$b(y, d, H) \cong \frac{H}{kd} \quad (\text{A.7})$$

A expressão (A.6) implica em que a *amplitude da oscilação transversal* é máxima na superfície ($y = d$) e decresce linearmente com o aumento da *profundidade* (com a diminuição de y), anulando-se junto ao leito oceânico. A expressão (A.7) implica em que a *amplitude da oscilação longitudinal* da onda marítima independe da *profundidade*, sendo muito maior do que a *amplitude transversal*.

As *velocidades transversal* e *longitudinal* de uma partícula de água podem ser obtidas, calculando-se as derivadas parciais como relação ao tempo t , a partir de (A.1) e (A.2), como segue:

$$v_y \equiv v_h = \frac{\partial}{\partial t} h = -w a(y, d, H) \cos(kx - wt) \quad (\text{A.8})$$

$$v_x \equiv v_l = \frac{\partial}{\partial t} l = w b(y, d, H) \text{sen}(kx - wt) \quad (\text{A.9})$$

Das equações (A.8) e (A.9), juntamente com as equações para h e l , decorre que v_x tem o mesmo sinal de h e portanto

– na *crista* da onda (onde $h > 0$ e é máximo) a água se movimenta com $v_x > 0$, assumindo o valor máximo possível. Ou seja, na *crista* da onda a água se movimenta no mesmo sentido de propagação da onda.

– no *fundo da calha* da onda (onde $h < 0$ e é mínimo) a água se movimenta com $v_x < 0$, assumindo em módulo o valor máximo possível. Ou seja, no *fundo da calha* da onda a água se movimenta em sentido contrário ao da propagação da onda.

Particularizando a equação (A.9) para $\lambda \gg d$, isto é, substituindo-se $b(y, d, H)$ pela aproximação obtida em (A.7), observamos de imediato que a *velocidade longitudinal* – v_x – da água independe da *profundidade*. Além disso, obtém-se

$$v_x \cong \frac{w}{k} \frac{H}{d} \text{sen}(kx - wt) = v \frac{H}{d} \text{sen}(kx - wt) \quad (\text{A.10})$$

onde v é a *velocidade de propagação* da onda.

Quando um *tsunami* se propaga em alto-mar, $H \ll d$, a *velocidade máxima longitudinal* e *transversal* da água é muito pequena quando comparada com a *velocidade de propagação* do *tsunami*. Demonstra-se facilmente também que as *acelerações* da água associadas à passagem de um *tsunami* são muito menores do que a *aceleração gravitacional* – g . Por tudo isto, é difícil o reconhecimento de um *tsunami* em alto-mar.

Se adicionalmente na equação (A.10) a *amplitude transversal máxima* da onda – H – for da ordem de grandeza da *espessura da lâmina d'água* – d –, o valor máximo para v_x tem a mesma ordem de grandeza de v – *velocidade de propagação* da onda. Esta condição é preenchida pelas *ondas marítimas* próximas à região de *rebentação*.