Gravitação e Leis de Kepler - Prof. Alberto Ricardo Präss
Adaptado de "Física" , Volume 1 de Ronald Ulysses Pauli, Felix Savério Majorana, Hans Peter Heilmann e Carlos Armando Chohfi

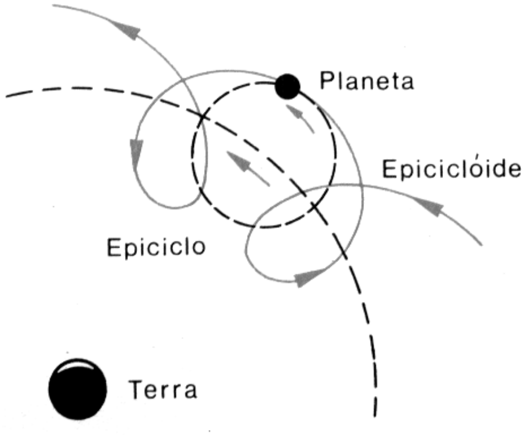
Leis de Kepler relativas aos movimentos dos planetas

Para os gregos a Terra era concebida como sendo o centro geométrico do Universo. Em torno da Terra giravam os astros então conhecidos, na seguinte ordem: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Júpiter, Saturno a as chamadas estrelas fixas. Cada um desses astros deveria estar fixo numa esfera concêntrica com a Terra, estando as estrelas fixas na esfera mais externa. As esferas giravam ao redor da Terra com um período de revolução característico de cada astro, sendo o período da esfera que continha as estrelas fixas igual a 24 horas, exatamente o período que hoje sabemos é o período de revolução da Terra.

Essas hipóteses foram se tornando progressivamente insustentáveis face às observações astronômicas, sofrendo numerosas modificações a correções, a acabaram constituindo as bases da teoria dos Epiciclo proposta por Ptolomeu, o astrônomo de Alexandria. Ptolomeu explicava o movimento planetário considerando que:

1) cada planeta descrevia um movimento circular uniforme percorrendo trajetória de pequeno raio, denominada Epiciclo;

2) por sua vez o centro desse círculo percorria outra circunferência de raio maior, concêntrica com a Terra.



Como resultado final, a órbita descrita por cada planeta era uma curva contínua denominada **Epiciclóide**. Com estas considerações, Ptolomeu conseguiu explicar não só qualitativamente mas também quantitativamente os movimentos dos planetas.

A teoria proposta por Ptolomeu prevaleceu por cerca de 15 séculos até ser contestada pelo monge polonês Nicolau Copérnico, no século XVI. Buscando uma teoria mais simples para justificar os movimentos dos planetas, Copérnico chegou à inevitável conclusão de que o Sol deveria se situar no centro do nosso sistema planetário, situando-se os demais planetas em órbitas progressivamente mais afastadas do Sol, na seguinte ordem: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, planetas conhecidos na época em que o sábio estabeleceu sua teoria. A teoria proposta por Copérnico foi publicada na obra "De orbium coelestium revolutionibus", publicada em 1542, quando Copérnico estava prestes a morrer. Além da teoria heliocêntrica, Copérnico estabelecera hipóteses a respeito da esfericidade da Terra, do movimento diário de rotação do nosso planeta, a outros trabalhos sobre Astronomia.

Você deve lembrar que o conceito de movimento é relativo e é equivalente afirmar que a Terra é fixa a os demais astros se movimentam ao redor, ao invés de afirmar que o Sol é fixo a os demais astros se movimentam ao seu redor. No primeiro caso estaríamos referindo os movimentos dos planetas à Terra a no segundo caso o referencial seria o Sol. A escolha recai no segundo caso por ser mais simples. Não deveremos portanto considerar errada a teoria de Ptolomeu, porém a teoria heliocêntrica é bem mais simples.

A teoria de Copérnico permitiu que o astrônomo Johannes Kepler, natural de Praga, enunciasse, do ponto de vista cinemático, as leis que regem os movimentos dos planetas.

Tais leis resultam de um meticuloso exame das observações astronômicas feitas por Tycho Brahe.

As mencionadas leis são:

1) Lei das órbitas: "Os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, que ocupa um dos focos".

2)Lei das áreas: "0 raio vetor de qualquer planeta (segmento que une o centro do Sol ao centro do planeta) varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais".

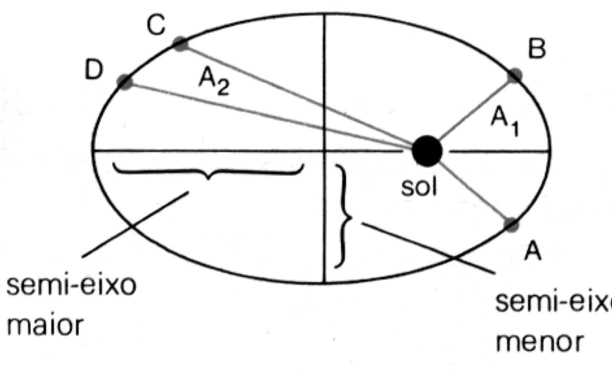
3) Lei dos períodos: "Os quadrados dos períodos de revolução dos planetas são proporcionais aos cubos dos semi-eixos maiores das respectivas órbitas".

Simbolicamente

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{constante}$$

As duas primeiras leis foram publicadas em 1609 enquanto a terceira só apareceu em 1618.

Convém comentar mais detalhadamente a segunda lei.

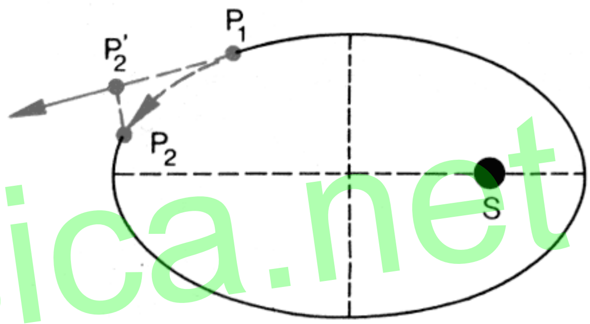


Esta lei diz que, se o planeta emprega para ir da posição C até a posição D o mesmo tempo empregado para ir de A até B, as áreas A, e A_2 são iguais. Concluímos então que nas proximidades do Sol o movimento do planeta é mais rápido do que quando o planeta está afastado do Sol. A posição do planeta, na proximidade do Sol, onde ele apresenta maior velocidade, chama-se periélio, e a posição afastada do Sol, onde o planeta apresenta menor velocidade, recebe o nome de afélio.

Interpretação dinâmica das leis de Kepler

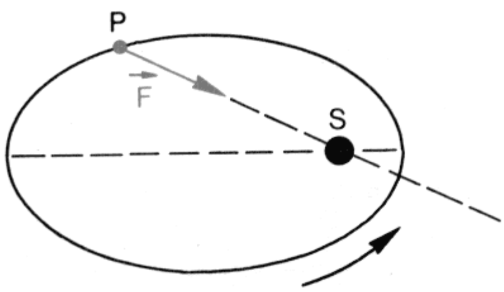
Foi Isaac Newton que deu a interpretação do ponto de vista dinâmico às leis de Kepler. Para isso Newton estabeleceu uma série de hipóteses que relataremos em seguida, culminando com o estabelecimento da expressão da chamada força gravitacional, cuja primeira comprovação foi feita pelo próprio sábio.

Para justificar a lei das órbitas, com base na lei da inércia, Newton admitiu que os planetas estão sujeitos continuamente a uma força atrativa imposta pelo Sol. Você deve, antes de prosseguir, procurar entender essa proposta de Newton.



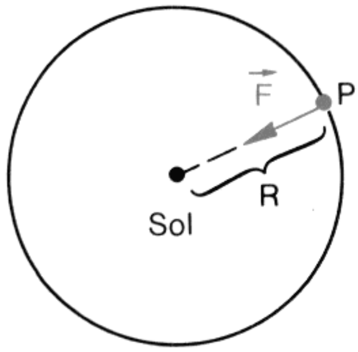
Seja P_1 a P_2 o arco de trajetória percorrido pelo planeta no intervalo de tempo Δt. Se o planeta estivesse livre da ação de forças, por inércia, percorreria trajetória retilínea, a ao final do intervalo Δt estaria em P_2. Porém, isto não acontece, pois ao fim do intervalo de tempo Δt o planeta estará em P_2, em virtude da ação da força exercida pelo Sol. Solicitado por essa força, o planeta "caiu" de P_2' para P_2, permanecendo na sua órbita. Se não existisse essa força o planeta permaneceria na trajetória retilínea, afastando-se indefinidamente do sistema.

Portanto, de acordo com essa hipótese, o planeta fica sujeita à força F dirigida do planeta para o Sol.



Em seguida Newton considerou os planetas sobre trajetórias circulares. Você aprenderá que a circunferência é uma elipse particular; mais precisamente, você aprenderá que a circunferência é uma elipse de excentricidade igual a 1, na qual os focos são coincidentes. Você deve notar que, ao considerar as órbitas circulares, Newton não deixou de obedecer à primeira lei de Kepler.

Nessas condições, observe o gráfico para concluir que o planeta genérico P descreve trajetória circular em cujo centro está o Sol que lhe impõe a força centrípeta $\vec{F}$:



A lei das áreas permite concluir então que, em intervalos de tempo iguais, o raio vetor do planeta varre setores circulares iguais e consequentemente o planeta descreve arcos iguais em intervalos de tempo iguais, isto é, realiza movimento circular uniforme em torno do Sol.

Nessas condições podemos escrever, para a intensidade da força centrípeta $\vec{F}$ que o Sol impõe ao planeta P:

$$F = m_p \frac{v^2}{R}$$

sendo m_p a massa do planeta P, e R a distância desse planeta ao Sol.

Mas, no, movimento circular uniforme,

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$; portanto,

$$v^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$$

e, introduzindo este valor de v^2 na expressão de F, obtemos:

$$F = \frac{4\pi^2 m_P R}{T^2}$$

Para aplicar a lei dos períodos, Newton fez a seguinte consideração:

$$R^2 F = \frac{4\pi^2 m_P R^3}{T^2}$$

Ora, se T^2/R^3 é constante, será também constante a expressão

$$\frac{4\pi^2 R^3}{T^2}$$

Designando pelo símbolo k o valor desta expressão, teremos:

$$R^2 F = k.m_P$$

$$F = k\frac{m_P}{R^2}$$

Mas, pela lei da ação a reação, a força que o planeta exerce sobre o Sol será:

$$F = k\frac{M_{SOL}}{R^2}$$

Comparando as expressões das duas forças, obtemos:

$$\frac{KM_{SOL}}{R^2} = \frac{km_P}{R^2}$$

$$KM_{SOL} = km_P$$

$$\frac{k}{M_{SOL}} = \frac{K}{m_P} = \text{constante}$$

Designando por G esta constante, nós teremos:

$$\frac{k}{M_{SOL}} = G$$

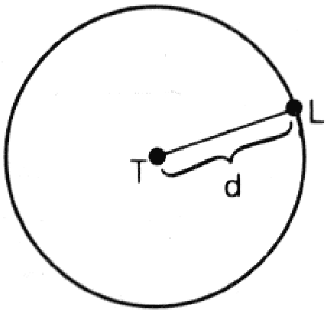
$$k = G.M_{SOL}$$

Introduzindo este valor na expressão da força exercida pelo Sol, obtemos:

$$F = G\frac{M_{SOL} m_P}{R^2}$$

expressão essa decorrente das hipóteses formuladas por Newton.

Comprovação das hipóteses de Newton



Para comprovar suas hipóteses, Newton recorreu ao movimento da Lua em torno da Terra. Supondo que a Lua descreva um movimento circular uniforme em torno da Terra, a aceleração da Lua pode ser calculada diretamente, pela expressão

$$a_L = \frac{4\pi^2 d}{T^2}$$

pois são conhecidos os elementos: d = distância entre a Terra e a Lua, que vale aproximadamente 60 raios terrestres, ou seja, 60 vezes 6 300 km, e T = 27 d 7 h 43 min.

Introduzindo estes valores na fórmula, Newton obteve por via direta

$$a_L = 0,27\,{}^{cm}\!/_{s^2}$$

Newton deveria chegar a esse mesmo resultado, agora como conseqüência da aplicação da expressão que resultou das suas hipóteses, isto é, aplicando a expressão

$$F = G\frac{M_T M_L}{d^2}$$

Mas esta força está atuando sobre a Lua e, de acordo com a equação fundamental da Dinâmica,

$$F = M_L a_L$$

Comparando as duas expressões, obtemos:

$$M_L a_L = G\frac{M_T M_L}{d^2}$$

e, portanto,

$$a_L = \frac{GM_T}{d^2}$$

Nesta altura Newton deparou com um enorme impasse, pois não conhecia nem a massa da Terra nem o valor da constante G. Para superá-lo, Newton procedeu da seguinte maneira: considerou um corpo de prova situado na superfície da Terra. Esse corpo de prova será atraído para o centro da Terra pela força denominada peso do corpo.

$$P = G\frac{M_T m_C}{R_T^2}$$

e, pela equação fundamental da Dinâmica,

$$P = m_C g$$

Comparando estas duas últimas expressões, obtemos:

$$\frac{GM_T m_C}{R_T^2} = m_C g$$

$$GM_T = gR_T^2$$

Substituindo este valor de GM_T na expressão da aceleração da Lua, vem:

$$a_L = \frac{gR_T^2}{d^2}$$

Mas $d = 60R_T$, portanto, $d^2 = 3600R_T^2$ e temos:

$$a_L = \frac{gR_T^2}{3600R_T^2} = \frac{g}{3600}$$

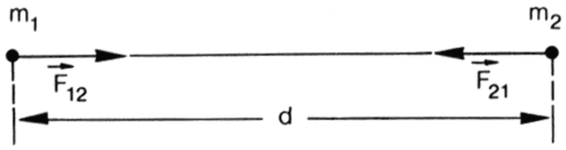
Ora, $g \cong 980\,{}^{cm}\!/_{s^2}$ então

$$a_L = \frac{980}{3600} = 0,27\,{}^{cm}\!/_{s^2} = 0,0027\,{}^{m}\!/_{s^2}$$

Esse resultado, obtido por Newton com notável precisão, constitui a primeira comprovação das suas próprias hipóteses.

Seguiram-se outras comprovações, todas coroadas de êxito, tornando completamente aceitável a proposta de Newton.

Após a comprovação, Newton generalizou o resultado para duas partículas de massas m_1 e m_2, postas em presença à distância d uma da outra.



$$F_{12} = F_{21} = F$$

$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}}$$

(Expressão da lei da gravitação universal)

A constante G leva a denominação de constante da atração ou da gravitação universal.

A constante G

Considere novamente a lei da gravitação universal:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Isolando G, você obtém

$$G = \frac{Fd^2}{m_1 m_2}$$

Se tivermos d = 1, $m_1 = m_2 = 1$, G será numericamente igual a F. Portanto:

A constante G é numericamente igual ao módulo da força com que se atraem duas forças unitárias, postas em presença à distância unitária uma da outra.

Unidades de G

A expressão

$$G = \frac{Fd^2}{m_1 m_2}$$

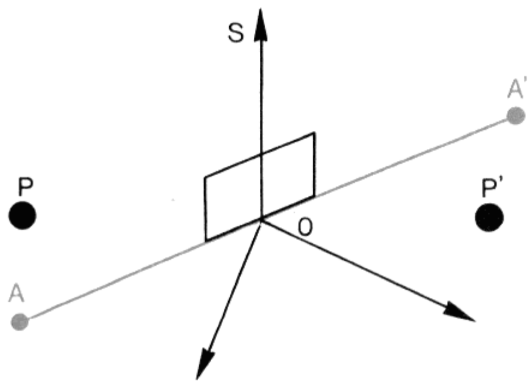
mostra que a constante G é o produto de uma força pelo quadrado de um comprimento, dividido pelo produto de duas massas. Portanto, as unidades de G, nos vários sistemas, são as seguintes:

Sistema Internacional (SI) $\dfrac{N \quad m^2}{kg^2}$

Sistema CGS $\dfrac{dyn \quad cm^2}{g^2}$

Determinação experimental do valor de G

1) Método de Cavendish



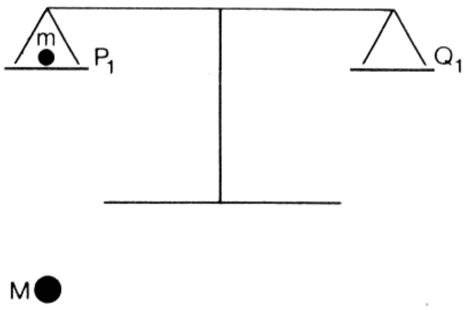
Para a determinação do valor da constante G, Cavendish utilizou uma balança de torção. Seja SO um fio de quartzo que sustenta pelo ponto médio uma barra AA', em cujos extremos são colocadas duas esferas idênticas de massa m cada uma. No ponto médio da barra é convenientemente adaptado um espelho plano. Nas proximidades de A e A' são simetricamente dispostas duas outras esferas idênticas P e P' de massa M cada uma. Em conseqüência das presenças de P e P', as esferas A e A' são atraídas, fazendo girar a barra AA', provocando uma torção ao fio. 0 ângulo de giro da barra é medido por um processo óptico (método de Poggendorff) com o auxílio do espelho plano. Conhecido previamente o coeficiente de torção do fio, o ângulo de giro do espelho a as distâncias entre as esferas P e A, por aplicação da lei de Newton determina-se o valor de G. Cavendish encontrou por esse processo

$$G = 6,754 x 10^{-11} \frac{N.m^2}{kg^2}$$

Método de Jolly

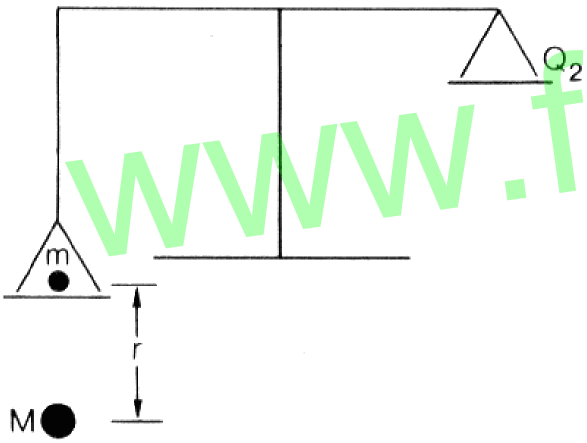
Jolly, para determinar o valor de G, empregou uma balança comum, adotando o seguinte processo:

Um corpo de massa m é colocado em presença de outro de massa muito maior M, conforme os esquemas abaixo:



Nessa primeira operação, a massa M é colocada suficientemente longe de m para que a ação da esfera M sobre m possa ser desprezada, em comparação com a ação terrestre sobre a massa m. A balança será equilibrada pela carga $Q_1 = mg$.

Na segunda operação, M é trazido para a proximidade de m, a uma distância bem determinada r.



Para equilibrar a balança, neste segundo caso, deveremos utilizar a carga

$$Q_2 = G\frac{mM}{r^2} + mg$$

Seja ΔQ a diferença $Q_2 - Q_1$

Teremos então:

$$\Delta Q = G\frac{mM}{r^2} + mg - mg = G\frac{mM}{r^2}$$

$$\Delta Q = G\frac{mM}{r^2}$$

Portanto,

$$G = \frac{\Delta Q r^2}{mM}$$

Jolly encontrou o valor

$$G=6{,}465\text{x}10^{-11}\frac{N.m^2}{kg^2}$$

Richard e Poynting aperfeiçoaram o método de Jolly. A última determinação foi feita por Heyl, que introduziu melhoramentos no método de Cavendish, obtendo o valor que é atualmente utilizado,

$$G=6{,}673\text{x}10^{-11}\frac{\text{N.m}^2}{\text{kg}^2}$$

Aplicações importantes da Lei da Atracão Universal

1) Determinação da massa de . um planeta dotado de um satélite

Seja m a massa de um satélite que se movimenta em torno de um planeta de massa M, a seja d a distância entre o centro do planeta e o centro do satélite. Para a força F que o planeta impõe ao satélite, podemos escrever:

$$\text{F=G}\frac{\text{Mm}}{\text{d}^2} \quad \text{(Lei de Newton)}$$

$$F = m.a_s \quad \text{(Equação fundamental da Dinâmica)}$$

Comparando as duas expressões:

$$G\frac{Mm}{d^2}m.a_s$$

$$\frac{GM}{d^2} = a_s$$

Ora, a aceleração a_s do satélite é uma aceleração centrípeta; portanto:

$$a_s = \frac{4\pi^2 d}{T^2}$$

sendo T o período de revolução do satélite em torno do planeta. Substituindo este valor de a_s na expressão , obtemos:

$$M = \frac{4\pi^2 d^3}{GT^2}$$

Esta expressão nos permite calcular a massa de. um planeta dotado de um satélite, quando conhecemos o período de revolução do satélite e a sua distância ao planeta.

2) Determinação da densidade da Terra

Você já aprendeu que a densidade é a razão entre a massa e o volume de um corpo. Simbolicamente

$$d = \frac{m}{V}$$

Se aplicarmos o resultado anterior para o nosso planeta obteremos $M = 5{,}98 \times 10^{24}$kg , . por outro lado o R = 6400 km, a se você admite que a Terra tenha forma esférica poderá escrever

$$V_T = \frac{4}{3}\pi R^3$$

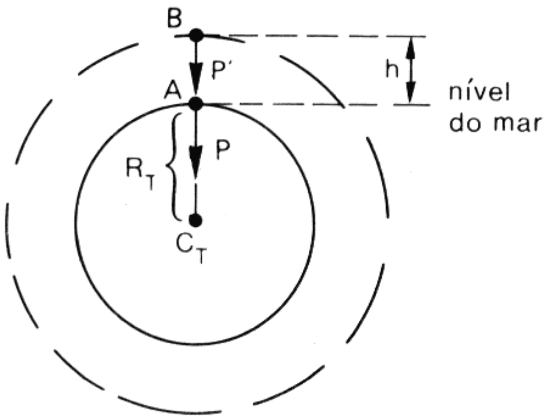
Nessas condições você obtém para a densidade:

$$d_T = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} \Rightarrow d_T = \frac{3M_T}{4\pi^2 R_T^3}$$

Inserindo os valores de M_T a V_T, obtemos finalmente:

$$d_T = 5500\, {kg}/{m^3}$$

3) Variação do módulo da aceleração de gravidade com a altitude



Considere um corpo cujo peso é P, ao nível do mar, onde a aceleração de gravidade tem módulo g. Como você sabe, o peso do corpo é a força com que a Terra atrai o corpo para o seu centro. Então, para o corpo situado em A, você pode escrever, pela lei .de Newton:

$$P = G\frac{mM_T}{R_T^2}$$

sendo m a massa do corpo.

Comparando esta expressão com a expressão

P = mg (Equação fundamental da Dinâmica)

você obtém:

$$mg = G\frac{mM_T}{R_T^2}$$

$$g = \frac{GM_T}{R_T^2} \quad \text{(I)}$$

Suponha agora que o mesmo corpo seja levado para a posição B, a uma altura h acima do nível do mar, onde a aceleração de gravidade tem módulo g'. Por analogia, você escreve:

$$P' = \frac{GmM_T}{(R_T + h)^2} \quad \text{(Da lei de Newton)}$$

P' = mg' (Equação fundamental da Dinâmica)

Comparando as duas expressões:

$$mg' = \frac{GmM_T}{(R_T + h)^2}$$

$$g' = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2} \quad \text{(II)}$$

Dividindo membro a membro a expressão (II) pela expressão (I) ; teremos:

$$\frac{g'}{g} = \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

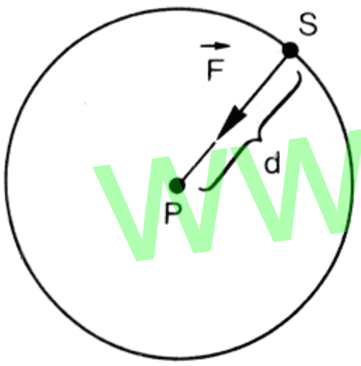
É fácil ver que o denominador da fração do segundo membro é maior que o seu numerador; portanto, g'/g < 1, ou seja: g'<g

Portanto:

O módulo da aceleração de gravidade (e consequentemente o peso do corpo) diminui à medida que o corpo se afasta do centro da Terra.

(Note que a massa do corpo permanece invariável.)

4) Determinação do período de revolução de um satélite



Considere um satélite de massa m, que se move em órbita circular em torno de um planeta de massa M.

Como você sabe, a força que o planeta impõe ao satélite é centrípeta; portanto, a aceleração do satélite será uma aceleração centrípeta.

Esta força é igual á força de atração entre o planeta e o satélite; portanto:

$$F_c = F_{atr} \Rightarrow ma_s = \frac{GmM}{d^2} \Rightarrow a_s = \frac{GM}{d^2}$$

Mas $a_s = \frac{v_s^2}{d}$; então, por substituição,

você obtém:

$$\frac{v_s^2}{d} = \frac{GM}{d^2} \Rightarrow v_s^2 = \frac{GM}{d} \Rightarrow v_s = \sqrt{\frac{GM}{d}}$$

Esta expressão permite calcular a velocidade do satélite, na sua órbita de raio d, em torno do planeta.

Por outro lado, lembre-se de que

$$a_s = \frac{4\pi^2 d}{T^2}$$

Comparando esta expressão com a expressão (I), você obtém:

$$\frac{4\pi^2 d}{T^2} = \frac{GM}{d^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 d^3}{GM}$$

e, finalmente

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d^3}{GM}}$$

expressão esta que permite calcular o período do satélite na órbita considerada.

Testes para consolidar os seus conhecimentos

Assinale com V as afirmações verdadeiras e com F as afirmações falsas.

( ) 1. Os planetas ao descreverem suas órbitas elípticas, não circulares, realizam movimentos uniformes.

( ) 2. As áreas varridas pelos raios vetores dos planetas são proporcionais aos tempos gastos.

( ) 3. A velocidade de um planeta ao descrever sua trajetória em torno do Sol é proporcional ao tempo de percurso.

( ) 4. 0 período de revolução de um planeta em torno do Sol é diretamente proporcional à massa do planeta.

( ) 5. No afélio, a velocidade do planeta é nula.

( ) 6. Em trajetórias circulares os planetas realizam movimentos uniformes.

( ) 7. 0 período de revolução de um planeta em torno do Sol depende da sua distância ao Sol.

( ) 8. Netuno leva mais tempo do que Júpiter para dar uma volta em torno do Sol.

( ) 9. Um satélite está em órbita; podemos dizer então que a força de atração da Terra sobre o satélite é igual à força de atração do satélite sobre a Terra.

( ) 10. Não tem significado a expressão "peso da Terra".

( )11. A massa de um corpo varia com a altitude.

( )12. 0 peso de um corpo varia com a altitude.

( )13. Se a distância Terra-Lua fosse duplicada, a força de atração entre esses dois astros seria quadruplicada.

( ) 14. Sendo M_T a massa da Terra a R_T o seu raio, vale a relação $\frac{g}{G} = \frac{R_T^2}{M_T}$.

( ) 15. A matéria atrai a matéria, na razão direta do produto das massas a na razão inversa do quadrado da distância que as separa.

Assinale a alternativa correta.

1. A força gravitacional com que a Terra atrai a Lua:
(A) é menor do que a força com que a Lua atrai a Terra
(B) é a mesma para todos os planetas
(C) é pouco maior do que a força com que a Lua atrai a Terra
(D) é da mesma natureza da força que faz uma fruta cair de uma árvore
(E) é uma força nuclear

---

2. Se a Lua tivesse o triplo da massa que tem a se sua órbita fosse a mesma, o seu período de revolução em torno da Terra seria:
(A) triplo do valor atual
(B) 1/3 do valor atual
(C) 9 vezes o valor atual
(D) 1/9 do valor atual
(E) o mesmo valor atual

---

3. Júpiter, o maior planeta do sistema solar, tem diâmetro 11 vezes maior do que a Terra e massa 320 vezes maior que a terrestre. Qual será, na superfície de Júpiter, o peso de um astronauta e seu equipamento cujo peso total na Terra é120 N?
(A) 120 N
(C) 180 N
(D) 240 N
(D) 320 N
(E) 3 500 N

---

4. Um astronauta na sua roupa espacial a com todo o seu equipamento pode pular em Terra a 50 cm de altura. Até que altura poderá ele pular na Lua? O raio da Lua é aproximadamente 1 /4 do raio terrestre e a densidade média da Lua é 2/3 da densidade média da Terra.
(A) 2,0 m
(B) 3,0 m
(C) 4,0 m
(D) 4,5 m
(E) n. d. a .

---

5. O tripulante de um satélite artificial tem 60 kg de massa. 0 satélite está em órbita circular a uma altitude de 6000 km acima da superfície da Terra (igual ao raio terrestre). Sendo a aceleração da gravidade na superfície da Terra aproximadamente igual a 10 m/s^2, a força de atração gravitacional exercida sobre o tripulante é:
(A) aproximadamente 600 N
(B) aproximadamente 140 N
(C) aproximadamente 300 N
(D) aproximadamente 40 N
(E) zero

---

6. Quando os astronautas estão na Lua dão grandes saltos com mais facilidade do que na Terra porque:
(A) o solo da Lua é mais elástico
(B) a atração gravitacional da Lua é menor do que a da Terra
(C) eles têm menos massa na Lua
(D) não há ar na Lua

---

7. Para um corpo na superfície de um planeta que tivesse o dobro do volume da Terra, teríamos:
(A) o peso do corpo no planeta igual ao peso do corpo na Terra
(B) o peso do corpo no planeta igual ao dobro do peso do corpo na Terra
(C) o peso do corpo no planeta igual à metade do peso do corpo na Terra

(D) nenhuma dessas

8. A intensidade da força gravitacional com que a Terra atrai a Lua é F. Se fossem duplicadas as massas da Terra a da Lua, e a distância que as separa fosse reduzida à metade, a nova força seria:
(A) 16 F
(B) 8 F
(C) 4 F
(D) 2 F
(E) F

9. Para um satélite permanecer em órbita circular a uma altura h da Terra (h<R, sendo R o raio da Terra) é necessário que:
(A) a aceleração centrípeta do satélite seja igual à aceleração da gravidade na altura h
(B) a força da atração da Terra sobre o satélite seja equilibrada pela atração do Sol sobre o satélite
C) a velocidade angular do satélite seja proporcional à altura h

10. Na superfície de um planeta X suposto esférico, a aceleração da gravidade é 6,25 m/s^2, e a uma distância de 3 x 10 m acima da sua superfície é 4 m/s^2. 0 raio do planeta, em metros, é:
(A) $1,2 \times 10^6$
(B) $1,2 \times 10^7$
(C) $6,0 \times 10^6$
(D) $6,0 \times 10^7$

11. A grandes alturas a força gravitacional que atua sobre um corpo de massa m é menor porque:
(A) a massa do corpo diminui
(B) a força diminui com o inverso da distância do corpo ao centro da Terra
(C) a energia potencial diminui com o quadrado da distância do corpo ao centro da Terra
(D) a aceleração da gravidade diminui

12. Das leis de Kepler podemos concluir, em relação aos planetas do sistema solar, que:
(A) os mais afastados têm maior velocidade média
(B) o período de revolução dos planetas não depende da massa dos mesmos
(C) quanto maior a massa, maior deve ser distância dos planetas, para que a órbita seja estacionária
(D) os planetas situados à mesma distância do Sol devem ter a mesma massa
(E) todos os planetas se deslocam com a mesma velocidade escalar média

13. A Lua, situada no campo gravitacional terrestre, não cai sobre a Terra porque:
(A) a força de gravidade terrestre é muito pequena, na posição distante em que se encontra a Lua
(B) a atração da Lua sobre a Terra é anulada pela atração da Terra sobre a Lua
(C) a força de gravidade constitui a força centrípeta do movimento da Lua ao redor da Terra
(D) a aceleração da gravidade na superfície da Lua é menor que na superfície da Terra
(E) a força de gravidade não atua porque a Lua está em movimento

Este enunciado refere-se aos testes 14,15 e 16.
Admitindo-se que a aceleração de gravidade seja g = 9,81 m/s^2 ao nível do mar, pode-se dizer que, a uma altura acima do nível do mar igual ao raio da Terra:

14. A aceleração da gravidade vale aproximadamente:
(A) 2,45 m/s^2
(C) 4,90 m/s^2
(C) 9,81 m/s^2
(D) 19,62 m/s^2
(E) n. d. a.

15. A massa de 2,00 kg, àquela altura acima do pólo Sul, cairia na vertical sob a ação de uma força inicial de:
(A) 2,45 N
(B) 4,90 N
(C) 9,81 N
(D) 19,62 N
(E) n.d.a.

16. Um satélite de 4 kg, descrevendo uma órbita circular no plano equatorial, àquela altitude, estaria sujeito a uma aceleração centrípeta:
(A) g/2
(B) g/4
(C) 2g
(D) g
(E) 4g

17. A Terra gira em torno do Sol numa órbita que pode ser considerada circular, com a velocidade angular praticamente constante. Mantendo fixo o raio dessa órbita, mas imaginando que a massa do Sol fosse 4 vezes maior do que realmente é, a velocidade do movimento angular de translação da Terra seria:
(A) duas vezes maior
(B) quatro vezes maior
(C) a mesma
(D) a metade
(E) n. d. a.

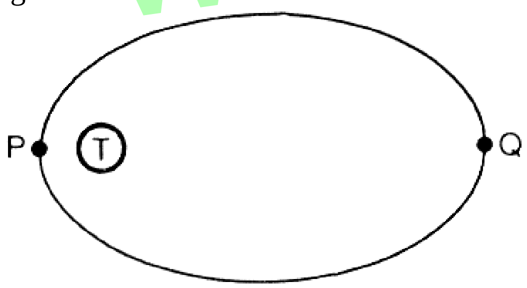
Para responder às questões 18 e 19, leia a interprete o texto:
Uma professora explicava aos seus alunos do 1° grau a queda dos corpos:
- Se levássemos uma pena de ave e um parafuso para a Lua e soltássemos os dois da mesma posição a ao mesmo tempo, ambos chegariam juntos ao solo pois não há atmosfera na Lua.

Nesse instante, um estagiário que assistia à aula interveio:
- Professora, como na Lua não há atmosfera, mas apenas vácuo, os corpos não caem, ficam flutuando! A professora retrucou:
- O senhor se engana De acordo com a expressão do peso dos corpos (P = mg, a Lua atrai os corpos, fazendo-os cair, embora essa atração seja menor do que a da Terra.

18. Assinale a afirmação correta:
(A) A professora estava enganada ao dizer que na Lua um corpo tem peso
(B) A professora estava certa ao dizer que na Lua um corpo tem peso, mas enganada quando disse que a pena e o parafuso cairiam com a mesma aceleração
(C) A professora estava certa em todas as suas afirmações relativas à queda dos corpos na Lua
(D) Quem estava certo em suas afirmações era o estagiário

19. Assinale a afirmativa correta:
(A) Na Lua um corpo não cai por estar no vácuo
(B) Apesar de haver vácuo na Lua os corpos caem, mas não com a mesma aceleração que na Terra
(C) A massa de um corpo na Terra é maior do que na Lua
(D) Um corpo pesa tanto na Lua como na Terra

20. Um satélite artificial move-se em torno da Terra T, numa órbita elíptica estacionária, como mostra a figura abaixo.



Qual das alternativas apresenta uma opção correta, sendo as grandezas vetoriais envolvidas consideradas em módulo?
(A) O peso do satélite em P é o mesmo que em Q e diferente de zero
(B) O peso do satélite em P e em Q é zero
(C) A aceleração do satélite em P é maior do que em Q
(D) A aceleração do satélite em P é menor do que em Q
(E) A energia cinética do satélite em P é a mesma que em Q

21. No interior de um satélite que gira em torno da Terra em órbita circular, a aproximadamente 200 km de altitude, um astronauta tem a sensação de não ter peso. Qual das explicações abaixo é correta?
(A) A atração da Terra é desprezível para objetos a esta altitude
(B) Uma força de interação, oposta em sentido a igual em módulo à força de atração terrestre, a esta se adiciona, dando resultante nula sobre o astronauta
(C) Tanto o astronauta quanto o satélite têm a mesma aceleração em relação a um sistema inercial fixo no centro da órbita
(D) A atração conjunta do Sol a da Lua sobre o astronauta anula a força de atração terrestre

GABARITO

1F	6V	11F		1D	6B	11D	16B
2V	7V	12V		2E	7D	12B	17A
3F	8V	13F		3B	8A	13A	18C
4F	9V	14F		4B	9A	14A	19B
5F	10V	15V		5B	10B	15B	20C
							21C