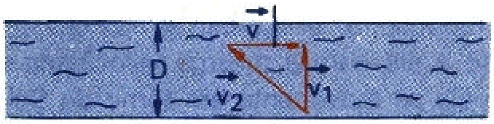
Considere um barco M que atravessa um rio de largura D, *perpendicularmente* à margem, empregando para o trajeto de ida e volta o tempo t_p.

Em seguida, esse barco percorre a distância 2D, porém, desta vez paralelamente à margem, empregando o tempo t_{pa} no trajeto ida e volta. Procuremos calcular esses tempos de percurso, levando em consideração a regra de composição de velocidades proposta por Galileu.

a) Cálculo do tempo t_p *(perpendicularmente):*

Observe a figura abaixo



Considere a margem como sendo o sistema S_1, a água como sendo o sistema S_2 e o barco representando o evento M. Assim teremos:

$\vec{v}$ = velocidade da corrente em relação à margem, ou seja, a velocidade de S_2 em relação a S_1.

$\vec{v_1}$ = velocidade do barco em relação à margem, ou seja, a velocidade de M em relação a S_1.

$\vec{v_2}$ = velocidade do barco em relação à água, isto é, velocidade de M em relação a S_2.

De acordo com Galileu devemos ter:

$$\vec{v_1} = \vec{v_2} + \vec{v}$$

Na figura é fácil você perceber que

$$v_1^2 = v_2^2 - v^2$$

Pondo v_2^2 em evidência, você escreve:

$$v_1^2 = v_2^2 \left(1 - \frac{v^2}{v_2^2}\right);$$

conseqüentemente:

$$v_1 = v_2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{v_2^2}}$$

O tempo empregado para o barco atravessar o rio e retornar é dado pela expressão que define a velocidade.

$$v_1 = \frac{2D}{t_p}$$

$$t_p = \frac{2D}{v_1}$$

Substituindo v_1, temos:

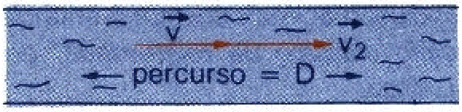
$$t_p = \frac{2D}{v_2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{v_2^2}}}$$

b) Cálculo do tempo t_{pa} *(paralelamente):*

No caso da trajetória paralela à margem, temos:

$$t_{pa} = t_{ida} + t_{volta}$$

Na ida, a situação é a apresentada na figura abaixo.



De acordo com Galileu

$$\vec{v_1} = \vec{v_2} + \vec{v}$$

Como $\vec{v}$ e $\vec{v_2}$ têm mesma direção, temos:

$$v_1 = v_2 + v$$

O tempo de ida, então, será:

$$t_{ida} = \frac{D}{v_2 + v}$$

Na volta, temos a situação mostrada abaixo.

Agora temos $v_1 = v_2 - v$ e o tempo de volta vale:

$$t_{volta} = \frac{D}{v_2 - v}$$

Nessas condições você pode escrever:

$$t_{pa} = \frac{D}{v_2 + v} + \frac{D}{v_2 - v}$$

$$t_{pa} = \frac{D(v_2 - v) + D(v_2 + v)}{v_2^2 - v^2}$$

$$t_{pa} = \frac{Dv_2 - Dv + Dv_2 + Dv}{v_2^2 - v^2}$$

$$t_{pa} = \frac{2Dv_2}{v_2^2 - v^2}$$

No denominador você pode colocar v_2^2 em evidência, resultando:

$$t_{pa} = \frac{2Dv_2}{v_2^2\left(1 - \frac{v^2}{v_2^2}\right)}$$

$$t_{pa} = \frac{2D}{v_2\left(1 - \frac{v^2}{v_2^2}\right)}$$

É fácil notar que $t_p \neq t_{pa}$, sendo:

$$\frac{t_p}{t_{pa}} = \frac{2D}{v_2\sqrt{1 - \frac{v^2}{v_2^2}}} \cdot \frac{v_2\left(1 - \frac{v^2}{v_2^2}\right)}{2D}$$

$$\frac{t_p}{t_{pa}} = \frac{1 - \frac{v^2}{v_2^2}}{\left(1 - \frac{v^2}{v_2^2}\right)^{1/2}}$$

$$\frac{t_p}{t_{pa}} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{v_2^2}}$$