Prof. Alberto Ricardo Präss
www.fisica.net

SOBRE A INFLUÊNCIA DA GRAVIDADE NA PROPAGAÇÃO DA LUZ [1]

ALBERT EINSTEIN

Já num artigo apresentado há quatro anos eu procurei responder à questão da possível influência da gravidade sobre a propagação da luz [2]. Volto agora a este tema, porque não me satisfaz a forma porque então tratei o assunto e, mais ainda, porque vejo agora que uma das mais importantes consequências daquelas considerações pode ser submetida à verificação experimental. Refiro-me ao fato de os raios de luz que passam na proximidade do Sol sofrerem no seu campo de gravidade, segundo a teoria que se vai apresentar, um desvio tal, que a distância angular entre o Sol e uma estrela fixa observada na sua proximidade é vista com um aumento aparente de quase 1 segundo de arco.

No decurso destas reflexões surgem ainda outros resultados que se relacionam com a gravitação. Como, porém, uma exposição completa do assunto seria um pouco difícil de seguir, aqui só serão apresentadas algumas considerações muito elementares, para que o leitor possa facilmente tomar conhecimento das bases e da linha de pensamento da teoria. As relações que aqui se deduzem são válidas apenas em primeira aproximação, conquanto seja válido o seu fundamento teórico.

§ 1- Hipótese sobre a natureza física do campo gravitacional.

Imaginemos num campo de gravidade homogêneo (cuja aceleração designaremos por y) um sistema de coordenadas em repouso *K*, de tal modo orientado que as linhas de força do campo fiquem dirigidas no sentido negativo do eixo de z. Imaginemos também que num espaço isento de campos de gravidade se encontra um segundo sistema de coordenadas *K'* animado de um movimento uniformemente acelerado (de aceleração y) na direção do eixo de z e no seu sentido positivo. para não complicar inutilmente o raciocínio, dispensaremos por agora a teoria da relatividade e consideraremos os dois sistemas segundo o ponto de vista da cinemática tradicional e o movimento que os anima segundo a perspectiva da mecânica usual.

Os pontos materiais que não estejam sujeitos à influência de outros movem-se, tanto em relação a *K* como a *K'*, de acordo com as equações:

$$\frac{d^2 x_v}{dt^2} = 0\,,\quad \frac{d^2 y_v}{dt^2} = 0\,,\quad \frac{d^2 z_v}{dt^2} = -y$$

Em relação ao sistema acelerado K' isto resulta diretamente do princípio de Galileu, mas em relação ao sistema K, que está em repouso num campo de gravidade homogêneo, resulta do fato experimental de todos os corpos terem, em tal campo, movimentos idênticos uniformemente acelerados. Esta lei da queda idêntica de todos os corpos no campo da gravidade é uma das mais gerais que a observação da Natureza nos oferece, mas, apesar disso, não lhe foi dado nenhum lugar nos fundamentos da nossa representação do mundo físico.

[1] Reproduzido de Ann. d. Phys 35 (1911).
[2] A. Einsteins, Jahrb. f. Radioakt. u. Elektronik 4 (1907)

Chegaremos, porém, a uma interpretação muito satisfatória de tal lei experimental, se admitirmos que os sistemas *K* e *K'* se equivalem completamente do ponto de vista físico, isto é, se admitirmos que o sistema *K* pode, igualmente bem, considerar-se colocado num espaço isento de campo de gravidade; mas então, teremos de o considerar animado de um movimento uniformemente acelerado. Com esta concepção não pode mais falar-se de *aceleração absoluta* do sistema de referência, do mesmo modo que na teoria da relatividade habitual não tem sentido falar-se de *velocidade absoluta* de um sistema [3]. Aceite a hipótese que acabamos de fazer, a identidade de queda de todos os corpos num campo gravitacional torna-se imediatamente inteligível.

Enquanto nos cingirmos aos fenômenos puramente mecânicos abrangidos pelo domínio de validade de mecânica newtoniana, não oferece dúvida a equivalência dos sistemas *K* e *K'*; mas essa equivalência só atingirá um significado de maior profundidade se a admitirmos para todos os fenômenos físicos, isto é, se as leis de natureza referidas a *K* coincidirem inteiramente com as leis referidas a *K'* . Com a aceitação disto, teremos adquirido um princípio que, se for realmente verdadeiro, terá um grande valor heurístico, porque nos permitirá, através da consideração teórica dos fenômenos que se passam em relação a um sistema de referência uniformemente acelerado, obter informação acerca do curso dos fenômenos num campo de gravidade homogêneo. Nas páginas seguintes começaremos por mostrar até que ponto é que a nossa hipótese atinge, dentro do ponto de vista da teoria da relatividade habitual, uma considerável plausibilidade.

§ 2 - Sobre a ponderabilidade da energia

A teoria da relatividade estabeleceu que a massa inerte dum corpo cresce com o seu conteúdo energético: se o valor do acréscimo de energia for E, o acréscimo de massa inerte será igual a E/c^2 , sendo c a velocidade da luz. Mas corresponderá a este aumento de massa inerte também um aumento na massa gravitacional? Se assim não for, a queda dum corpo num mesmo campo de gravidade deverá efetuar-se com aceleração diversas, dependentes do conteúdo energético do corpo. O resultado tão satisfatório da teoria da relatividade, segundo o qual a lei da conservação da massa se funde com a lei da conservação da energia, não se poderia manter, porque então a lei da conservação da massa teria realmente que ser abandonada, na sua forma antiga, para a massa *inerte*, mas teria que ser mantida para a massa gravitacional. Ora isto deve considerar-se muito pouco provável.

Por outro lado, a teoria habitual da relatividade não nos fornece nenhum argumento do qual se possa inferir que o peso dum corpo está dependente do seu conteúdo energético. Vamos mostrar, porém, que a nossa hipótese da equivalência dos sistemas *K* e *K'* acarreta, como consequência necessária, a ponderabilidade da energia.

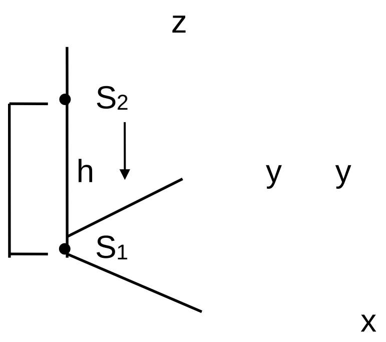
Suponhamos que os dois sistemas materiais S_1 e S_2, munidos de instrumentos de medida, se encontram sobre o eixo do z do referencial *K*, à distância h um do outro[4] , de tal modo que o potencial gravitacional em S_2 excede em y. h o potencial gravitacional em S_1 . Imaginemos que S_2 emite para S_1 uma certa quantidade de energia E sob a forma de readiação. admitamos ainda que as quantidades de energia são medidas em S_1 e S_2 com dispositivos que se mostram completamente idênticos quando são levados a *um mesmo* local do sistema z e aí comparados. Quanto ao processo por que se faz

[3] É claro que não é qualquer campo de gravidade que pode substituir-se por um estado de movimento do sistema privado de campo de gravidade, do mesmo modo que não é possível, por meio de uma transformação relativista, reduzir ao repouso todos os pontos de qualquer meio em movimento

[4] S_1 e S_2 consideram-se infinitamente pequenos em relação a h.

este transporte de energia em forma de radiação nada estabeleceremos "a priori", dado que ainda não conhecemos a influência do campo de gravidade sobre a radiação e sobre os instrumentos de medida em S_1 e S_2 .

De acordo, porém, com o nosso postulado da equivalência de K e K' , podemos estabelecer, em vez do sistema K colocado no campo de gravidade homogêneo, um sistema K', que não está sujeito à gravidade, mas está animado de movimento uniformemente acelerado no sentido positivo do eixo do z do sistema K. Os sistemas materiais S_1 e S_2 supor-se-ão então rigidamente ligados ao eixo do z de K' .



O processo da transferência de energia de S_2 para S_1 por radiação será apreciado a partir de um sistema S_o desprovido de aceleração. Admitamos que é nula a velocidade de K' em relação a K_o no instante em que é emitida de S_2 para S_1 a energia de radiação E_2. A radiação atingirá S_1 quando tiver decorrido o tempo h/c (em primeira aproximação). Nesse instante, porém, S_1 possui, em relação a K_o , a velocidade y . $h/c = v$. Por esse motivo, e atendendo à teoria da relatividade habitual, a radiação que chega a S_1 não possui a energia E_2 , mas sim uma energia maior, E_1, que em primeira aproximação está ligada com E_2 pela equação[5] :

(1) $$E_1 = E_2 \left(1 + \frac{v}{c}\right) = E_2 \left(1 + \frac{\lambda b}{c^2}\right)$$

De acordo com a nossa hipótese, a mesma relação é rigorosamente válida se o mesmo processo decorrer no sistema K desprovido de aceleração, mas dotado de um campo de gravidade. neste caso, podemos substituir yh pelo potencial Φ do vector de gravitação em S_2 desde que a constante arbitrária de Φ em S_1 se tome igual a zero. Teremos então a equação:

(1 a) $$E_1 = E_2 + \frac{E_2}{c^2} \Phi$$

Esta equação exprime a lei da energia no processo que estamos a considerar. A energia E_1 que chega a S_1 é maior que a energia E_2 , medida com os mesmos meios, que foi emitida em S_2 , excedendo-a no valor da energia potencial da massa E_2 /c^2 no campo de gravidade. Mostra-se assim que a validade do princípio da energia exige que se atribua à energia E, antes de ela ser emitida em S_2, uma energia potencial de gravidade, correspondente à massa (gravitacional) E/c^2. A nossa hipótese de equivalência de K a K' remove assim a dificuldade mencionada no princípio deste parágrafo, que a teoria habitual da relatividade tinha deixado sem solução.

[5] A. Einstein, Ann d. Phys. 17 (1905), 913-914.

O significado deste resultado ressalta com particular clareza quando se considera o seguinte processo cíclico:

1 - Emite-se de S_2 para S_1 , sob a forma de radiação, a energia E (medida em S_2). Em S_1 será estão recebida, de acordo cm o resultado que acabamos de obter, a energia E (medida em S_2) . Em S_1 será então recebida, de acordo com o resultado que acabamos de obter, a energia E (1 + yh/c^2) (medida em S_1).

2 - De S_2 para S_1 faz-se descer um corpo W, de massa M, o que tem por efeito fornecer ao exterior o trabalho *Myh* .

3 - Transfere-se de S_1 para o corpo *W* a energia *E*, enquanto ele se encontra em S_1 . Em virtude dessa transferência a massa gravitacional de *W* modifica-se, passando a ter o valor *M'.*

4 - Eleva-se outra vez o corpo *W* para S_2 , o que exige o dispêndio do trabalho *M 'y h.*

5 - Restitui-se a S_2 a energia *E*, retirando-a de *W* .

O único efeito deste processo cíclico consistiu em que S_1 recebeu um acréscimo de energia igual a E ($y\, h/c^2$) e ainda em se ter transferido para o sistema, em forma de trabalho mecânico, a quantidade de energia.

$$M'yh — myh$$

Deve então ter-se, de acordo como princípio da energia,

$$E\,\frac{\gamma h}{c^2} = M'\gamma h - M\gamma h$$

ou

(1b) $$M' — M = \frac{E}{c^2}$$

O acréscimo de massa *gravitacional* é assim igual a E/c^2 e, portanto, igual àquele que a teoria da relatividade atribui à massa *inerte.*

Este resultado pode deduzir-se mais diretamente ainda, da equivalência dos sistemas *K e K '*, segundo a qual a massa *gravitacional* referida a *K* é exatamente igual à massa *inerte* referida a *K '*; pelo que a energia deve possuir uma massa *gravitacional* que é igual à sua massa *inerte.* Suponhamos então que, no sistema *K '* , se suspende de um dinamômetro uma massa M_o : o dinamômetro acusará, em virtude da inércia de M_o , o peso aparente $M_o\, y$. Se agora se transferir para M_o a quantidade de energia *E*, o dinamômetro, em virtude da inércia da energia, passará a indicar $\left(M_O + \frac{E}{c^2}\right)\gamma$. De acordo com a nossa hipótese fundamental, exatamente o mesmo deverá acontecer se a experi6encia for repetida no sistema *K*, isto é, no campo da gravidade.

§ 3 - Tempo e velocidade da luz no campo da gravidade

Suponhamos que a radiação emitida de S_2 para S_1 no sistema *K '*, uniformemente acelerado, tem a frequência v_2, avaliada com um relógio colocado em S_2 . Quando essa radiação chegar a S_1 a sua frequência, avaliada com um relógio idêntico ao primeiro mas colocado em S_1 , não terá já o valor v_2 mas sim um valor maior, dado em primeira aproximação por

$$v_1 = v_2\left(1 + \frac{\gamma h}{c^2}\right)$$

Com feito, se voltarmos ao sistema de referência desprovido de aceleração, K_o , em relação ao qual o sistema K' não tem ainda velocidade no instante da emissão da luz, então S_1 terá em relação a K_0 , no instante da chegada da radiação a S_1 , a velocidade *y (h/c)* , onde resulta diretamente, pelo princípio de Doppler, a relação indicada.

Em conformidade com a nossa hipótese de equivalência dos sistemas K e K', esta equação também é válida para o sistema imóvel K , dotado de um campo de gravidade uniforme, caso nele se efetue a transferência de radiação que foi descrita. Resulta daqui que, se u raio de luz for emitido em S_2 , sob um determinado potencial gravitacional, e apresentar no instante da emissão a frequência v_2 — determinada com um relógio colocado em S_2 — então ele apresentará, quando chegar a S_1 , uma outra frequência v_1 — medida com um relógio idêntico ao anterior colocado em S_1 . Substituamos *yh* pelo potencial gravitacional Φ de S_2referido a S_1 como origem de potenciais, e admitamos que a relação que foi estabelecida para o campo de gravidade *homogêneo* continua a ser válida para outras formas de campo. Teremos então

$$v_1 = v_2\left(1 + \frac{h}{c^2}\right) \qquad (2^a)$$

Este resultado (que, segundo a dedução que fizemos, é válido em primeira aproximação) permite fazer desde já a seguinte aplicação:

Seja v_0 a frequência de uma fonte elementar de luz, medida com um relógio U situado junto dela. Sendo tal frequência independe do local em que a fonte se encontra colocada como relógio, imaginemo-los situados algures sobre a superfície do Sol (onde então se encontrará o nosso S_2). Da luz que é emitida desta superfície há uma parte que atinge a Terra (S_1): façamos a medição da frequência v dessa parte, usando um relógio U rigorosamente idêntico ao que em cima mencionamos. De acordo com (2^a) , encontraremos

$$v = v_O\left(1+\frac{\Phi}{c^2}\right)$$

onde Φ designa a diferença (negativa) de potencial gravitacional entre a superfície do Sol e a da Terra. Vemos deste modo que o ponto de vista que adaptamos os leva à previsão de que as riscas espectrais da luz solar apresentam, em relação às correspondentes riscas de fontes luminosas terrestres, um certo desvio para o lado do vermelho, cujo valor relativo é

$$\frac{v_O - v}{v_o} = \frac{\Phi}{c^2} = 2 \, . \, 10^{-6}$$

Se fossem conhecidas com exatidão as condições em que se formam as riscas solares, este desvio seria acessível à medição. Mas, como há outras influências (pressão , temperatura) que afetam a posição dos "centros de gravidade "das riscas espectrais, é difícil verificar se existe de fato a influência do potencial gravitacional que aqui foi deduzida.[7]

[7] L.F.Jewell (Journ. de phys. 6 (1897), 84) e em especial Ch. Fabry e H. Boisson (Compt. rend. 148 (1909), 688-690) observaram efetivamente tais desvios de riscas espectrais finas para o extremo vermelho do espectro, e com uma grandeza da ordem daquela que aqui foi calculada. Atribuíram-nos, porém, a um efeito da pressão na camada absorvente.

Numa análise superficial, a equação (2) e a equação correspondente (2ª) parecem exprimir um absurdo: como é que num processo permanente de transferência de luz S_2 para S_1 pode chegar a S_1 um número de períodos por segundo diferente daquele que foi emitido em S_1 ? mas a resposta é fácil. Nós não podemos considerar v_2 e v_1 como frequência tomadas de modo simplista como números de períodos por segundo, visto que ainda não definimos um tempo para o sistema *K*, v_2 significa o número de períodos referido à unidade de tempo do relógio *U* em S_2; e v_1 o número de períodos referido à unidade de tempo do relógio idêntico, *U* , situado em S_1 . mas nada nos força a admitir que os dois relógios *U*, que se encontram submetidos a diferentes potenciais gravitacionais, tenham de ser tomados com idênticos ritmos de funcionamento: pelo contrário, o que nós por certo teremos que fazer é que definir o tempo de tal forma que o número de cristas e de vales de onda que se encontram entre S_2 e S_1 fique independente do valor absoluto do tempo, dado o caráter estacionário do processo que estamos a considerar. Se não satisfizéssemos esta condição, chegaríamos a uma definição do tempo que faria intervir explicitamente esta grandeza nas leis da natureza, o que certamente não seria natural nem conveniente. Sendo assim, os dois relógios que colocamos em S_1 e S_2 não podem dar ambos uma indicação correta de "tempo": se medirmos o tempo em S_1 com o relógio *U* , então *teremos de medir o tempo em* S_2 *com um relógio cujo ritmo se apresenta* $1 + \Phi / c^2$ *vezes mais lento que o de u , quando a comparação dos ritmos se faz com os dois relógios colocados no mesmo local.* Com efeito, quando se medir com tal relógio a frequência do raio de luz acima considerado, no instante em que é emitido em S_2 , encontrar-se-á.

$$v_2 \left(1 + \frac{\Phi}{c}\right),$$

igual portanto, como mostra (2ª), à frequência v_1 do mesmo raio de luz quando chega a S_2 .

Daqui deriva a seguinte consequência que é de fundamental importância para esta teoria:

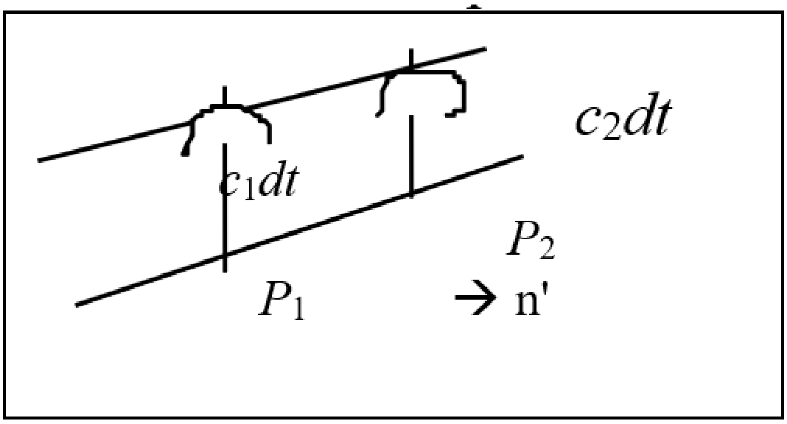
Quando medimos a velocidade da luz em diferentes locais do sistema acelerado e isento de campo gravitacional *K*', utilizando nessa medição relógios *U* de idêntica construção, obteremos sempre o mesmo valor. Em conformidade com a nossa hipótese fundamental, isso deve acontecer também n sistema *K*; mas aqui, segundo o que acabamos de dizer, teremos de utilizar relógios diferentes para medir o tempo nos locais em que seja diferente o potencial gravitacional: assim, para medir o tempo num local em que o potencial gravitacional, tenha o valor Φ relativamente à origem das coordenadas, deveremos utilizar um relógio que apresente — quando colocado naquela origem — um ritmo $(1 + \Phi / c^2)$ vezes mais lento que o do relógio utilizado para medir o tempo na referida origem. Sendo assim, se designarmos por C_o a velocidade da luz na origem das coordenadas, então a velocidade da luz, *c* , num local de potencial gravitacional Φ será dada por

$$c = c_o \left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right) \quad . \tag{3}$$

O princípio da constância da velocidade da luz não é, pois, segundo esta teoria, válido na forma que usualmente se pões na base da teoria habitual da relatividade.

§ 4 - Encurvamento dos raios de luz no campo da gravidade.

Da proposição — acabamos de provar — de que a velocidade da luz do campo da gravidade é função do local deduz-se facilmente, por meio do Princípio de Huygens, que um raio de luz que se propaga através de um campo de gravidade deve sofrer um encurvamento. Com efeito, seja ε uma frente de onda (plano desigual fase) de uma onda luminosa plana no instante t e sejam P_1 e P_2



dois pontos desse plano, situados à distância l um do outro. Estes pontos estão situados sobre o plano do papel, e este foi escolhido por forma a que seja nula a derivada de Φ , e portanto também a de c, segundo a direção que lhe é normal. Para se obter a posição da frente de onda correspondente ao instante $t + dt$, ou melhor, a da sua interseção com o plano do papel, basta traçar com centros em P_1 e P_2 circunferências de raios respectivamente iguais a c_1dt e c_2dt , sendo c_1 e c_2 as velocidades da luz nos pontos P_1 e P_2 , e traçar em seguida a tangente a estas circunferências. O ângulo de encurvamento do raio de luz ao longo do percurso cdt é assim

$$\frac{(c_1 - c_2)\,dt}{l} = -\frac{\partial c}{\partial n'}\,dt \quad , \qquad 1)$$

se considerarmos positivo o ângulo de encurvamento quando o raio de luz for encurvado para lado do n′ crescente. O ângulo de encurvamento por unidade de comprimento do percurso do raio de luz é então

$$-\frac{1}{c}\frac{\partial c}{\partial n'} \;\; ou\,,\; segundo\;(3)\,, igual\, a \quad -\frac{1}{c^2}\frac{\partial \Phi}{\partial n'}\;.$$

Finalmente, para a deflexão α eu um raio de luz sofre sobre qualquer percurso (s) para o lado n' teremos a expressão

$$(4) \qquad \alpha = -\frac{1}{c^2}\int \frac{\partial \Phi}{\partial n'}\, ds\;.$$

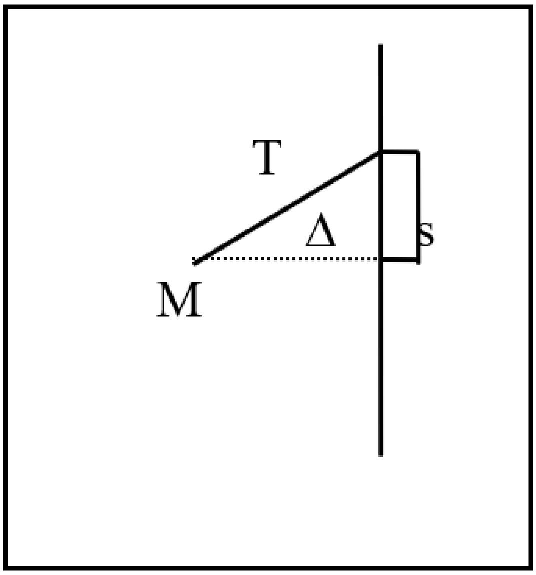
Chegaríamos ao mesmo resultado se tivéssemos considerado diretamente a propagação de um raio de luz no sistema uniformemente acelerado K^1 e transpuséssemos depois o resultado para sistema K , e deste para o caso de um campo de gravidade de forma arbitrária.

De acordo com a equação (4), um raio de luz que passa na proximidade de um corpo celeste sofre uma deflexão para o lado em que o potencial gravitacional diminui, isto é, para o lado voltado para o corpo celeste, que tem o valor

$$\alpha = \frac{1}{c^2} \int_{\vartheta = -\frac{\pi}{2}}^{\vartheta = +\frac{\pi}{2}} \frac{k\,M}{r^2} \cos\vartheta . ds = \frac{2\,k\,M}{c^2\,\Delta} \quad ,$$

onde *k* representa a constante de gravitação, *M* a massa do corpo celeste, Δ a distância do raio de luz ao centro do corpo celeste.

Um raio de luz que passasse junto do Sol sofreria assim uma deflexão de 4. 10 $^{-6}$ = 0,83 *segundos de arco.* A distância angular entre uma estrela e o centro do Sol apresenta-se acrescida deste
valor. Como as estrelas fixas das regiões do céu que são vizinhas do Sol se tornam visíveis quando há eclipses solares, esta consequência da teoria pode confrontar-se com a experiência. para o planeta Júpiter, o desvio previsto atinge cerca de 1/100 do valor que atrás se indicou. Seria de extrema conveniência que os astrônomos se ocupas sem da questão que aqui fica esboçada, ainda que ela se apresente insuficientemente fundamentada com os raciocínios anteriores, ou até inteiramente aventurosa. Porque, independentemente de qualquer teoria, levanta-se a questão de saber se os meios de que atualmente se dispõe são capazes de registrar uma influência dos campos de gravidade sobre a propagação da luz.



Nota do Tradutor:

1) Visto que $c_2 \simeq c_1 + l \left(\frac{\partial c}{\partial n'} \right) P_2$

No texto alemão, certamente por erro tipográfico, em vez da letra *l* aparece uma vez *l* aparece uma vez 1 , e outra vez a letra *c*. Além disso na fig. 2 não aparece a indicação de *n* '.